

# **К НОВОЙ ОФИЦИАЛЬНОЙ ДЕМОНСТРАЦИОННОЙ ВЕРСИИ ЕГЭ**

Под редакцией А.Л. Семенова, И.В. Ященко

## **МАТЕМАТИКА**

с теорией вероятностей и статистикой



# **2012**

## **ТИПОВЫЕ ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ**

**10 ВАРИАНТОВ ЗАДАНИЙ  
ОТВЕТЫ И РЕШЕНИЯ  
КРИТЕРИИ ОЦЕНОК**

## **РАЗРАБОТАНО МИОО**



**ЕДИНЫЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН**

---

**Под редакцией А.Л. Семенова, И.В. Ященко**

# **МАТЕМАТИКА**

## **ТИПОВЫЕ ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ**

*Разработано МИОО*

*для использования в образовательных учреждениях  
Российской Федерации в качестве сборника тестовых заданий  
для подготовки к Единому государственному экзамену  
по математике*

**10 вариантов заданий  
Ответы и решения  
Критерии оценок**

**Издательство  
«ЭКЗАМЕН»**

**МОСКВА  
2012**

УДК 372.8:51  
ББК 74.262.21  
Е33



**Е33**      **ЕГЭ 2012. Математика. Типовые тестовые задания / И.Р. Высоцкий, П.И. Захаров, В.С. Панферов, С.Е. Посицельский, А.В. Семенов, А.Л. Семенов, М.А. Семенова, И.Н. Сергеев, В.А. Смирнов, С.А. Шестаков, Д.Э. Шноль, И.В. Ященко; под ред. А.Л. Семенова, И.В. Ященко. — М.: Издательство «Экзамен», 2012. — 95, [1] с. (Серия «ЕГЭ. Типовые тестовые задания»)**

ISBN 978-5-377-04576-2

Типовые тестовые задания по математике содержат 10 вариантов комплектов заданий, составленных с учетом всех особенностей и требований Единого государственного экзамена в 2012 году. Назначение пособия — предоставить читателям информацию о структуре и содержании контрольных измерительных материалов 2012 г. по математике, степени трудности заданий.

В состав авторского коллектива входят специалисты, имеющие большой опыт работы в школе и вузе и принимающие участие в разработке тестовых заданий для ЕГЭ.

В сборнике даны ответы на все варианты тестов и приводятся решения всех заданий одного из вариантов.

Пособие может быть использовано учителями для подготовки учащихся к экзамену по математике в форме ЕГЭ, а также старшеклассниками и абитуриентами — для самоподготовки и самоконтроля.

Приказом № 729 Министерства образования и науки Российской Федерации учебные пособия издательства «Экзамен» допущены к использованию в общеобразовательных учреждениях.

**УДК 372.8:51  
ББК 74.262.21**

---

Подписано в печать 29.07.2011. Формат 84×108/32.

Гарнитура «Школьная». Бумага газетная.

Уч.-изд. л. 2,57. Усл. печ. л. 5,04. Тираж 50 000 экз. Заказ 7459.

---

**ISBN 978-5-377-04576-2**

© Высоцкий И.Р., Захаров П.И., Панферов В.С.,  
Посицельский С.Е., Семенов А.В., Семенов А.Л., Семенова М.А.,  
Сергеев И.Н., Смирнов В.А., Шестаков С.А., Шноль Д.Э.,  
Ященко И.В., 2012

© Издательство «**ЭКЗАМЕН**», 2012

# СОДЕРЖАНИЕ

|                                       |           |
|---------------------------------------|-----------|
| Инструкция по выполнению работы ..... | 5         |
| <b>Тренировочная работа 1 .....</b>   | <b>6</b>  |
| Часть 1.....                          | 6         |
| Часть 2.....                          | 11        |
| <b>Тренировочная работа 2 .....</b>   | <b>13</b> |
| Часть 1.....                          | 13        |
| Часть 2.....                          | 17        |
| <b>Тренировочная работа 3 .....</b>   | <b>20</b> |
| Часть 1.....                          | 20        |
| Часть 2.....                          | 25        |
| <b>Тренировочная работа 4 .....</b>   | <b>27</b> |
| Часть 1.....                          | 27        |
| Часть 2.....                          | 32        |
| <b>Тренировочная работа 5 .....</b>   | <b>34</b> |
| Часть 1.....                          | 34        |
| Часть 2.....                          | 39        |
| <b>Тренировочная работа 6 .....</b>   | <b>41</b> |
| Часть 1.....                          | 41        |
| Часть 2.....                          | 45        |
| <b>Тренировочная работа 7 .....</b>   | <b>48</b> |
| Часть 1.....                          | 48        |
| Часть 2.....                          | 53        |
| <b>Тренировочная работа 8 .....</b>   | <b>55</b> |
| Часть 1.....                          | 55        |
| Часть 2.....                          | 60        |



|                                      |           |
|--------------------------------------|-----------|
| <b>Тренировочная работа 9 .....</b>  | <b>62</b> |
| Часть 1.....                         | 62        |
| Часть 2.....                         | 67        |
| <b>Тренировочная работа 10.....</b>  | <b>69</b> |
| Часть 1.....                         | 69        |
| Часть 2.....                         | 74        |
| <b>Ответы.....</b>                   | <b>76</b> |
| <b>Решение заданий.....</b>          | <b>86</b> |
| Тренировочная работа 6. Часть С..... | 86        |

# **Инструкция по выполнению работы**

На выполнение экзаменационной работы по математике дается 4 часа (240 минут). Работа состоит из двух частей и содержит 20 заданий.

Часть 1 содержит 14 заданий с кратким ответом (B1–B14) базового уровня по материалу курса математики. Задания части 1 считаются выполненными, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

Часть 2 содержит 6 более сложных заданий (C1–C6) по материалу курса математики. При их выполнении надо записать полное решение и ответ.

Советуем для экономии времени пропускать задание, которое не удастся выполнить сразу, и переходить к следующему. К выполнению пропущенных заданий можно вернуться, если у Вас останется время.

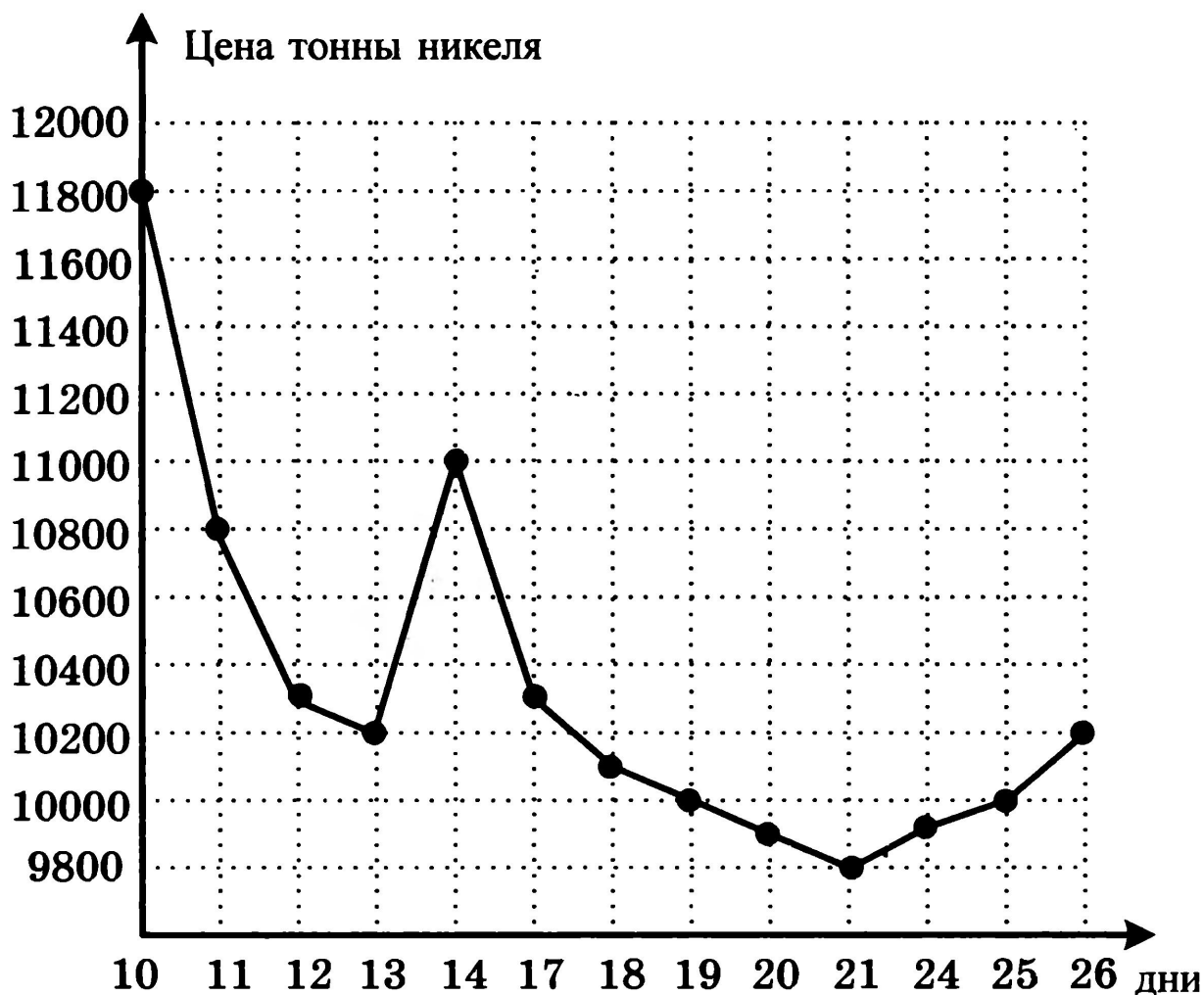
***Желаем успеха!***

# ТРЕНИРОВОЧНАЯ РАБОТА 1

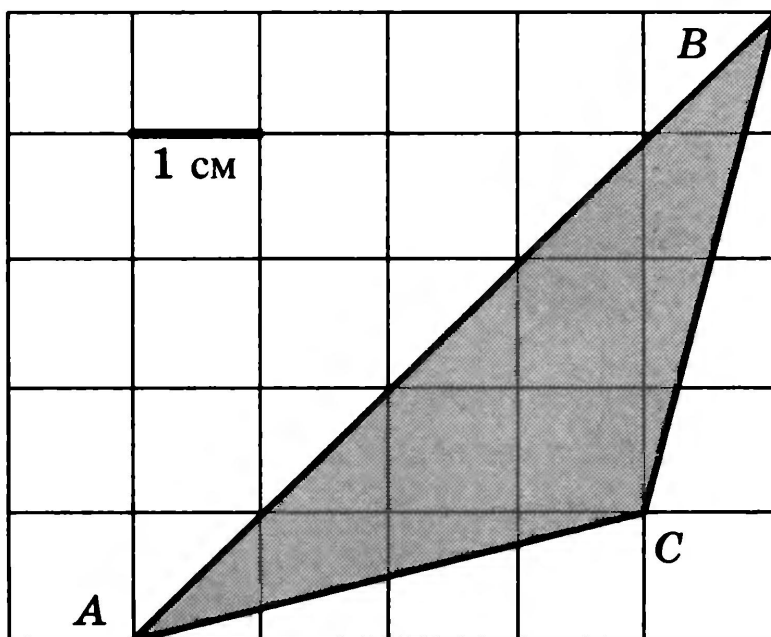
## Часть 1

Ответом на задания В1–В14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

- В1.** До снижения цен товар стоил 800 рублей, а после снижения цен стал стоить 680 рублей. На сколько процентов была снижена цена товара? (Знак % в ответе не пишите.)
- В2.** На рисунке жирными точками показана цена никеля на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 10 по 26 ноября 2008 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена тонны никеля в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку наибольшую цену никеля на момент закрытия торгов в указанный период (в долларах США за тонну).



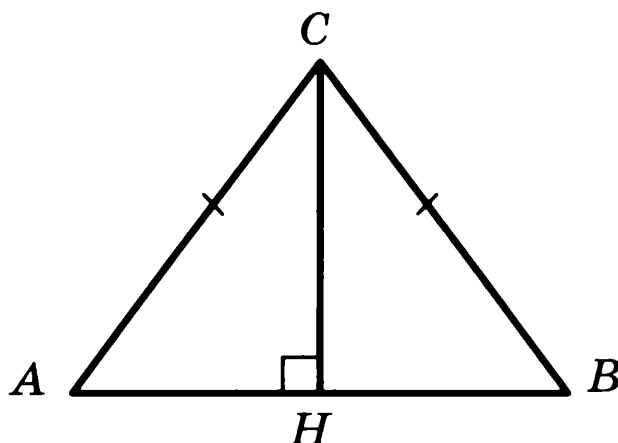
**В3.** Найдите площадь треугольника  $ABC$ . Размер каждой клетки  $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$ . Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



**В4.** Семья из трех человек планирует поехать из Санкт-Петербурга в Вологду. Можно ехать поездом, а можно — на своей машине. Билет на поезд на одного человека стоит 760 рублей. Автомобиль расходует 13 литров бензина на 100 километров пути, расстояние по шоссе равно 700 км, а цена бензина равна 17 рублей за литр. Сколько рублей придется заплатить за наиболее дешевую поездку на троих?

**В5.** Найдите корень уравнения  $\log_4(5 - x) = 2$ .

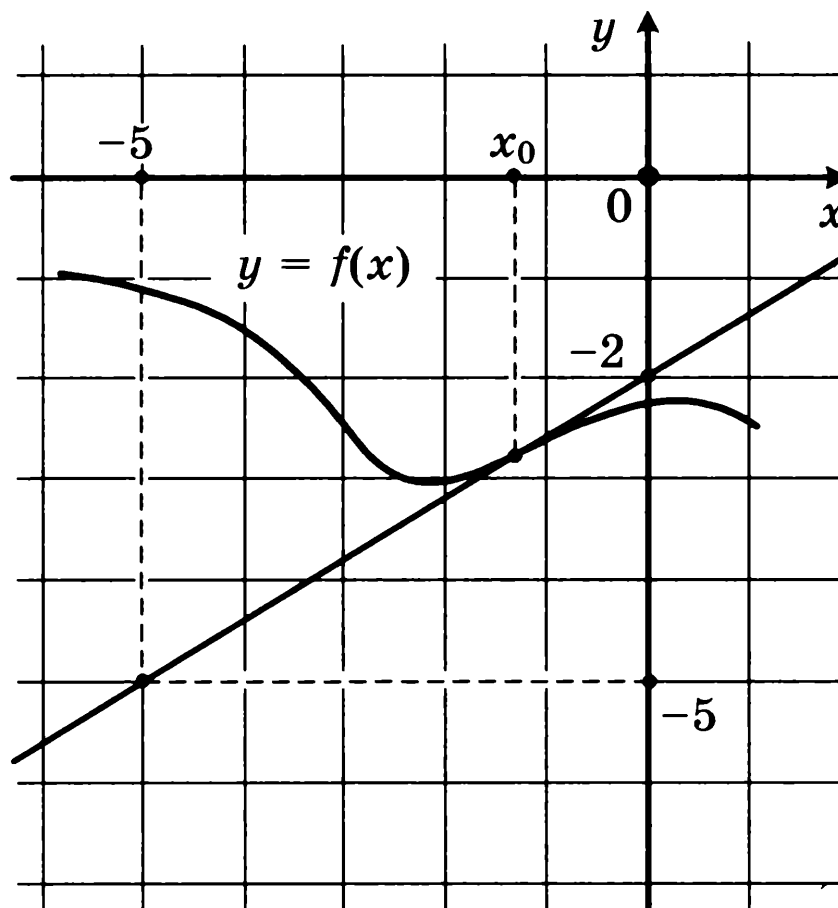
**В6.** В треугольнике  $ABC$   $AC = BC = 5$ ,  $\sin A = \frac{4}{5}$ .  
Найдите  $AB$ .



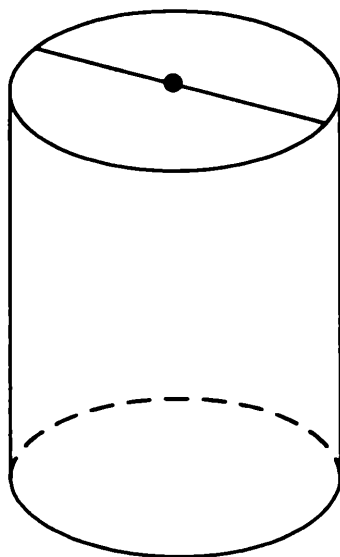
**В7.** Найдите значение выражения  $7 \cdot 5^{\log_5 2}$ .

**В8.** На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$  и касательная к этому графику, проведенная в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .





**В9.** Площадь боковой поверхности цилиндра равна  $16\pi$ , а высота — 2. Найдите диаметр основания.



**В10.** Монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что первые два броска закончатся одинаково.

**В11.** Объем данного правильного тетраэдра равен  $64 \text{ см}^3$ . Найдите объем правильного тетраэдра, ребро которого в 2 раза меньше ребра данного тетраэдра. Ответ дайте в  $\text{см}^3$ .

**В12.** В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается по закону  $m(t) = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$ , где  $m_0$  (мг) — начальная масса изотопа,  $t$  (мин.) — время, прошедшее от начального момента,  $T$  (мин.) — период полураспада. В начальный момент времени масса изотопа  $m_0 = 200$  мг. Период его полураспада  $T = 4$  мин. Через сколько минут масса изотопа будет равна 25 мг?

**В13.** Из пункта А в пункт В, расстояние между которыми 60 км, одновременно выехали автомобилист и велосипедист. Известно, что в час автомобилист проезжает на 90 км больше, чем велосипедист. Определите скорость велосипедиста, если известно, что он прибыл в пункт В на 5 часов 24 минуты позже автомобилиста. Ответ дайте в км/ч.

**В14.** Найдите наибольшее значение функции

$$y = x^3 - 18x^2 + 81x + 73$$

на отрезке  $[0; 7]$ .

## Часть 2

Для записи решений и ответов на задания С1–С6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

**С1.** Решите уравнение

$$2 \sin^2 x + (2 - \sqrt{2}) \cos x + \sqrt{2} - 2 = 0.$$

Укажите корни, принадлежащие отрезку  $[\frac{5\pi}{2}; \frac{7\pi}{2}]$ .

**С2.** Основание прямой четырехугольной призмы  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  — прямоугольник  $ABCD$ , в котором  $AB = 5$ ,  $AD = \sqrt{33}$ . Найдите тангенс угла между плоскостью грани  $AA_1 D_1 D$  призмы и плоскостью, проходящей через середину ребра  $CD$  перпендикулярно прямой  $B_1 D$ , если расстояние между прямыми  $A_1 C_1$  и  $BD$  равно  $\sqrt{3}$ .

**С3.** Решите систему неравенств

$$\begin{cases} 9^{x-3} - 9^{x-2} + 9^{x-1} > 511, \\ \log_7 \frac{3}{x} + \log_7 (x^2 - 7x + 11) \leq \log_7 \left( x^2 - 7x + \frac{3}{x} + 10 \right). \end{cases}$$

**С4.** Высоты треугольника  $ABC$  пересекаются в точке  $H$ . Известно, что  $CH = AB$ . Найдите угол  $ACB$ .

**С5.** Найдите все значения параметра  $a$ , при которых система

$$\begin{cases} \log_a \sqrt{y+1} = (x^2 - 6x)^2, \\ x^2 + y = 6x \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

**С6.** Можно ли привести пример пяти различных натуральных чисел, произведение которых равно 792 и

а) пять;

б) четыре;

в) три

из них образуют геометрическую прогрессию?

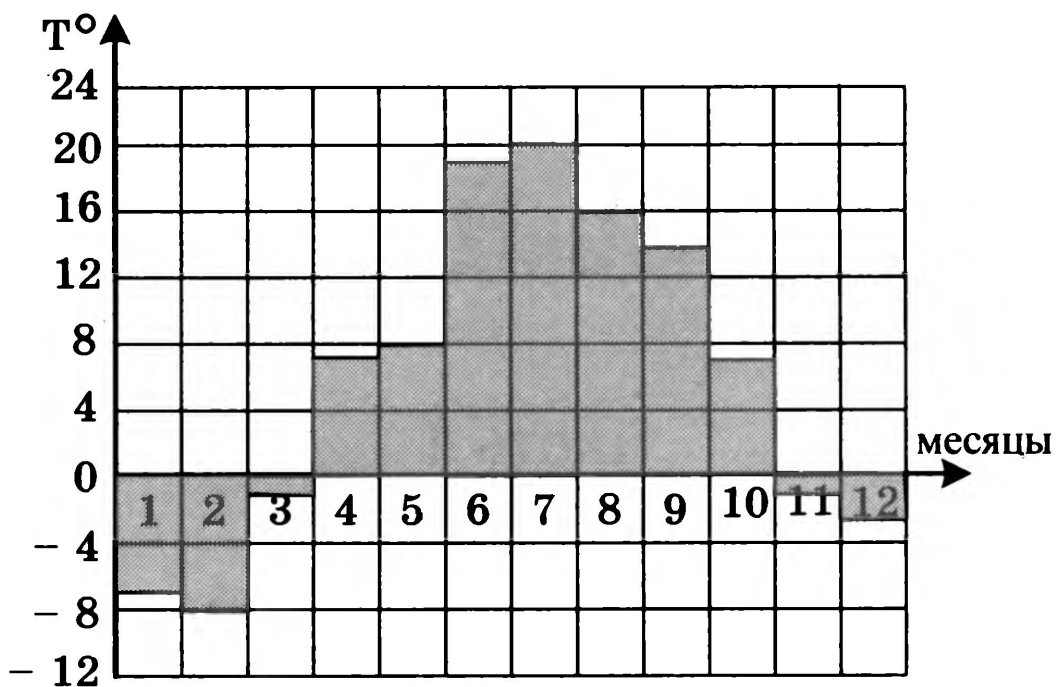
# ТРЕНИРОВОЧНАЯ РАБОТА 2

## Часть 1

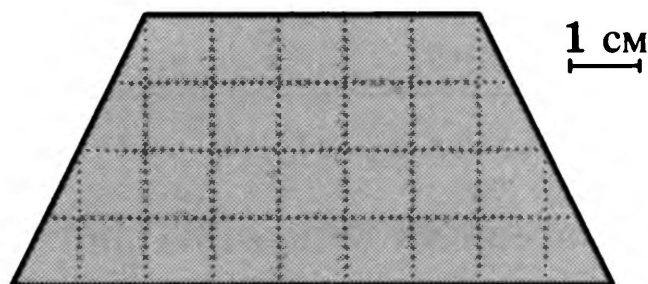
Ответом на задания В1–В14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

- В1.** В летнем лагере на каждого участника полагается 50 г сахара в день. В лагере 163 человека. Сколько килограммовых пачек сахара необходимо на неделю?
- В2.** На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Санкт-Петербурге за каждый месяц 1999 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме, сколько месяцев второго полугодия 1999 года средняя температура была ниже  $14^{\circ}\text{C}$ .





**В3.** Найдите площадь трапеции, изображенной на клетчатой бумаге с размером клетки  $1\text{ см} \times 1\text{ см}$  (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

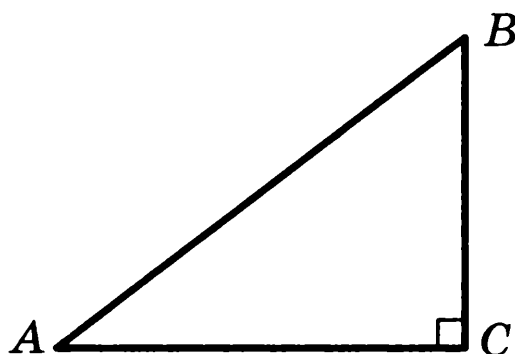


**В4.** Для изготовления книжных полок требуется заказать 40 одинаковых стекол в одной из трех фирм. Площадь каждого стекла равна  $0,15\text{ м}^2$ . В таблице приведены цены на стекло и на резку стекол. Сколько рублей нужно заплатить за самый выгодный заказ?

| Фирма | Стоимость стекла<br>(руб. за $1\text{ м}^2$ ) | Резка стекла<br>(руб. за одно стекло) |
|-------|---|---------------------------------------|
| А     | 100   | 20                                    |
| Б     | 90  | 25                                    |
| В     | 170   | Бесплатно                             |

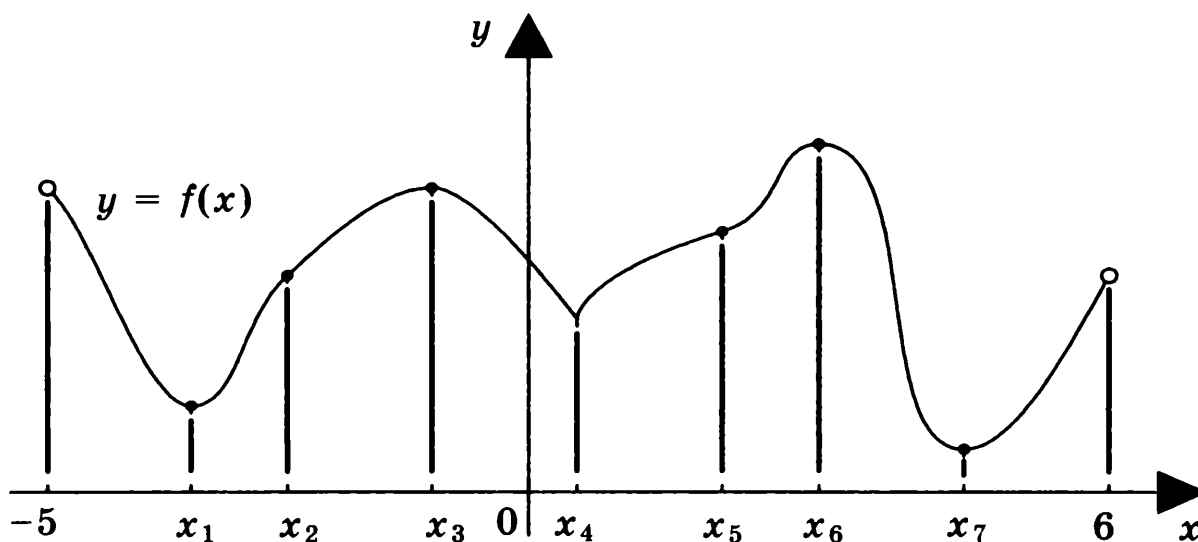
**В5.** Найдите корень уравнения  $\log_{\frac{1}{7}}(x+7) = -2$ .

**В6.** В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $\sin A = \frac{3}{5}$ . Найдите  $\cos B$ .

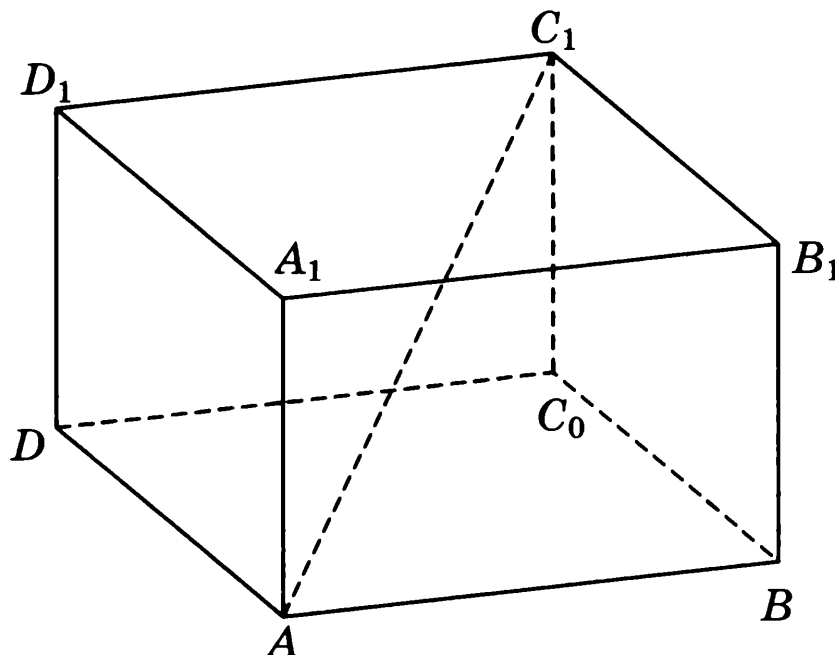


**В7.** Вычислите значение выражения  $\left(7^{\log_6 7}\right)^{\log_7 6}$ .

**В8.** Функция  $y = f(x)$  определена на интервале  $(-5; 6)$ . На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$ . Найдите среди точек  $x_1, x_2, \dots, x_7$  те точки, в которых производная функции  $f(x)$  равна нулю. В ответ запишите количество найденных точек.



- В9.** В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  известно, что  $AC_1 = \sqrt{50}$ ,  $BB_1 = 3$ ,  $B_1 C_1 = 4$ . Найдите длину ребра  $DC$ .



- В10.** На тарелке 10 пирожков: 3 с мясом, 5 с капустой и 2 с вишней. Артур наугад выбирает один пирожок. Найдите вероятность того, что он окажется с вишней.
- В11.** Объем цилиндра равен  $12 \text{ см}^3$ . Чему равен объем конуса, который имеет такое же основание и такую же высоту, как и данный цилиндр?
- В12.** При температуре  $0^\circ \text{C}$  рельс имеет длину  $l_0 = 20$  метров. При прокладке путей между рельсами оставили зазор в 9 мм. При возрастании температуры будет происходить тепловое расширение рельса, и его длина будет меняться по закону  $l(t^\circ) = l_0 (1 + \alpha \cdot t^\circ)$ , где  $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} (\text{C}^\circ)^{-1}$  — коэффициент теплового

расширения,  $t_0$  — температура (в градусах Цельсия). При какой минимальной температуре между рельсами исчезнет зазор? (Ответ выразите в градусах Цельсия.)

**В13.** Смешав 70% -й и 60% -й растворы кислоты и добавив 2 кг чистой воды, получили 50% -й раствор кислоты. Если бы вместо 2 кг воды добавили 2 кг 90% -го раствора той же кислоты, то получили бы 70% -й раствор кислоты. Сколько килограммов 70% -го раствора использовали для получения смеси?

**В14.** Найдите наибольшее значение функции  $y = 4 \cos x - \frac{21}{\pi} x + 9$  на отрезке  $\left[-\frac{2\pi}{3}; 0\right]$ .

## Часть 2

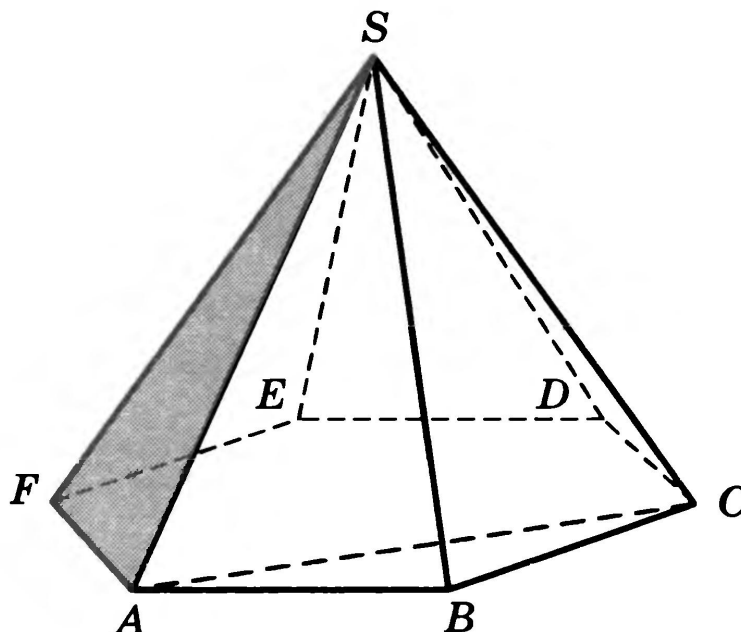
Для записи решений и ответов на задания С1–С6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

**С1.** Решите уравнение

$$7 \sin^2 x + 4 \sin x \cos x - 3 \cos^2 x = 0.$$

Укажите корни, принадлежащие отрезку  $\left[\frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right]$ .

- С2.** В правильной шестиугольной пирамиде  $SA...F$ , боковые ребра которой равны 2, а стороны основания — 1, найдите косинус угла между прямой  $AC$  и плоскостью  $SAF$ .



- С3.** Решите неравенство

$$\log_2 \frac{3x-2}{x-1} + 3 \log_8 \frac{(x-1)^3}{3x-2} < 1.$$

- С4.** В трапеции  $ABCD$  известны боковые стороны  $AB = 27$ ,  $CD = 28$  и верхнее основание  $BC = 5$ . Известно, что

$$\cos \angle BCD = -\frac{2}{7}.$$

Найдите  $AC$ .

- С5.** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система



$$\begin{cases} (x + 3)^2 + (y - 9)^2 = 25, \\ y = |x - a| + 4 \end{cases}$$

имеет ровно три различных решения.

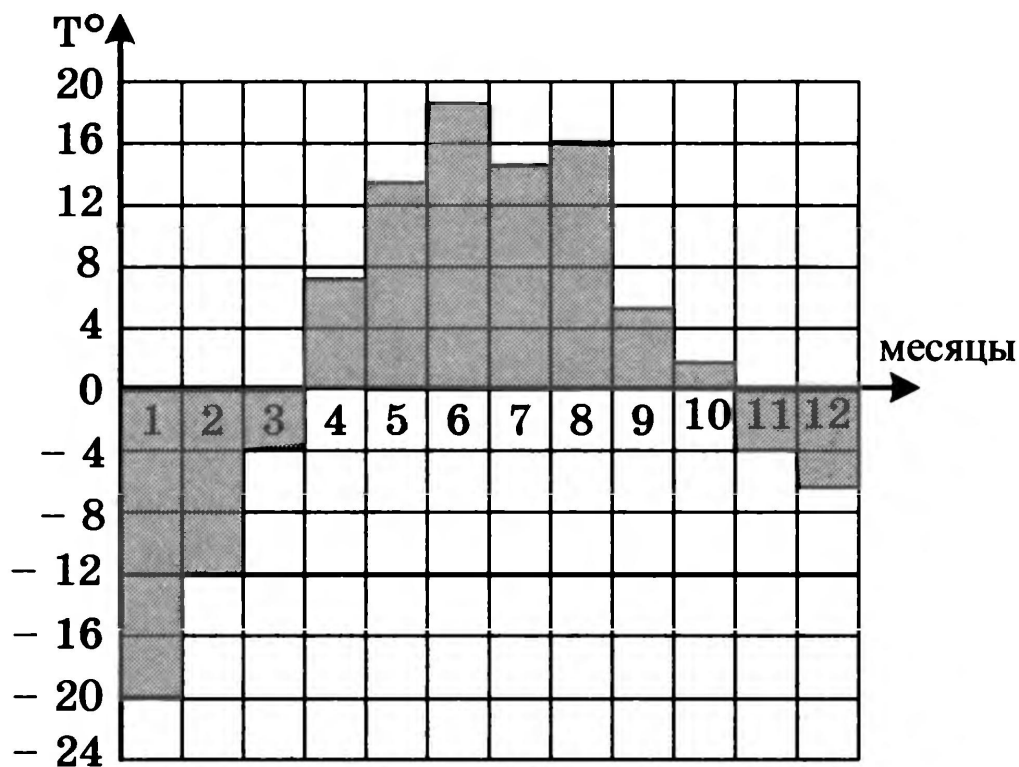
- С6.** При каком наибольшем  $n$  найдется  $n$  семи-значных чисел, являющихся последовательными членами одной геометрической прогрессии?

# ТРЕНИРОВОЧНАЯ РАБОТА 3

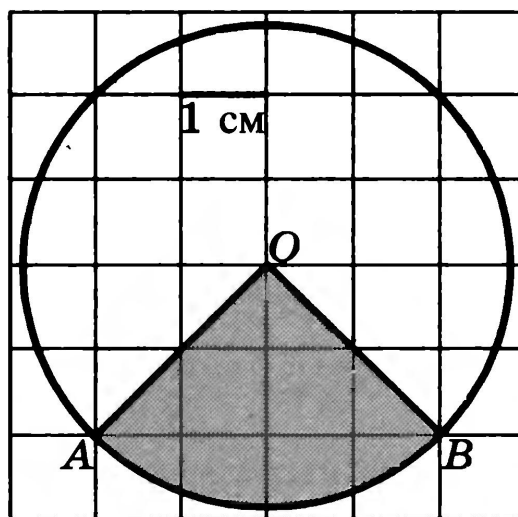
## Часть 1

Ответом на задания В1–В14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

- В1.** Шоколадка стоит 30 рублей. В воскресенье в супермаркете действует специальное предложение: заплатив за две шоколадки, покупатель получает три (одну в подарок). Сколько шоколадок можно получить на 190 рублей в воскресенье?
- В2.** На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Свердловске (ныне — Екатеринбург) за каждый месяц 1973 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме, сколько в 1973 году было месяцев, когда среднемесячная температура превышала 10 градусов Цельсия.



- В3.** Найдите площадь  $S$  сектора. В ответе укажите  $\frac{S}{\pi}$ . Размер каждой клетки  $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$ . Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

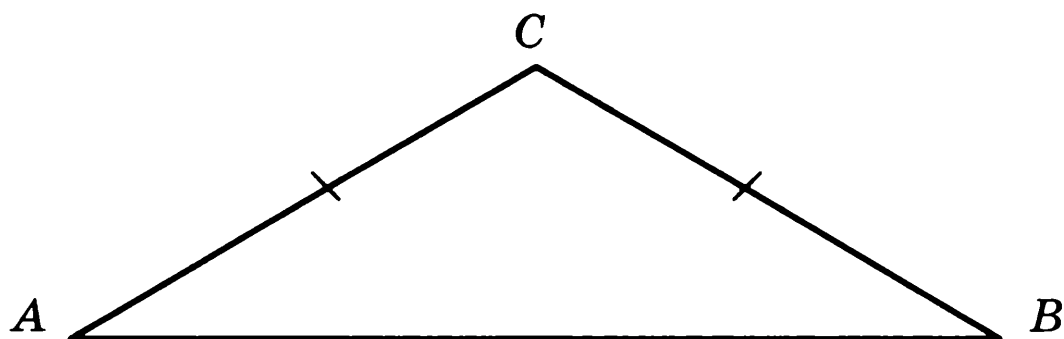


- В4.** Строительная фирма планирует приобрести 72 кубометра пеноблоков у одного из трех поставщиков. Сколько рублей придется заплатить за самую дешевую покупку с доставкой? Цены и условия доставки приведены в таблице.

| Поставщик | Стоимость пеноблоков (руб. за м <sup>3</sup> ) | Стоимость доставки (руб.) | Дополнительные условия                                    |
|-----------|--|---------------------------|---|
| А         | 2850   | 4900                      |   |
| Б         | 3100   | 4600                      | При заказе на сумму более 150 000 руб. доставка бесплатно |
| В         | 2900   | 4800                      | При заказе на сумму более 200 000 руб. доставка бесплатно |

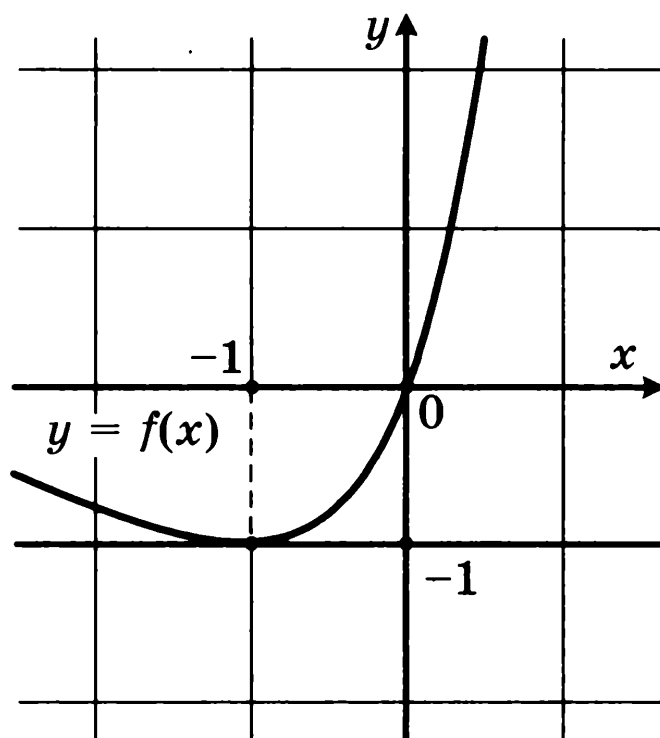
**В5.** Найдите корень уравнения:  $\sqrt{-24 - 5x} = 4$ .

**В6.** В треугольнике  $ABC$   $AC = BC$ , угол  $C$  равен  $120^\circ$ ,  $AB = \sqrt{3}$ . Найдите  $AC$ .

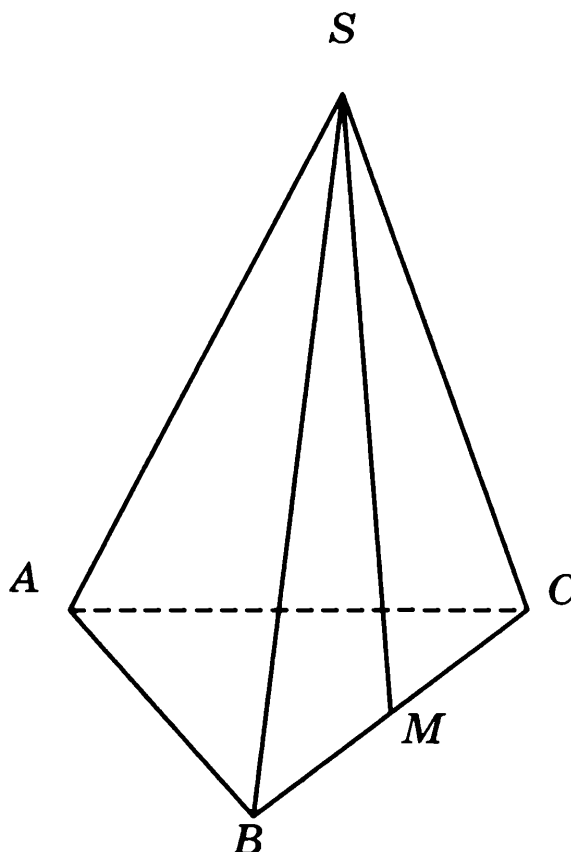


**В7.** Найдите значение выражения  $\frac{18}{3^{\log_3 2}}$ .

**В8.** На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$  и касательная к этому графику, проведенная в точке с абсциссой  $-1$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0 = -1$ .



- В9.** В правильной треугольной пирамиде  $SABC$   $M$  — середина ребра  $BC$ ,  $S$  — вершина. Известно, что  $SM = 7$ , а площадь боковой поверхности равна 63. Найдите длину отрезка  $AB$ .



**В10.** В фирме такси в данный момент свободно 10 машин: 5 черных, 1 желтая и 4 зеленых. По вызову выехала одна из машин, случайно оказавшаяся ближе всего к заказчику. Найдите вероятность того, что к нему приедет желтое такси.

**В11.** Бетонный шар весит 0,5 т. Сколько тонн будет весить шар вдвое большего радиуса, сделанный из такого же бетона?

**В12.** Коэффициент полезного действия (КПД) некоторого двигателя определяется формулой  $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot 100\%$ , где  $T_1$  — температура нагревателя (в градусах Кельвина),  $T_2$  — температура холодильника (в градусах Кельвина). При какой минимальной температуре нагревателя  $T_1$  КПД этого двигателя будет не меньше 45%, если температура холодильника  $T_2 = 275$  К? Ответ выразите в градусах Кельвина.

**В13.** Два автомобиля отправляются в 420-километровый пробег. Первый едет со скоростью на 10 км/ч большей, чем второй, и прибывает к финишу на 1 час раньше второго. Найти скорость автомобиля, пришедшего к финишу вторым.

**В14.** Найдите наименьшее значение функции  $y = 8 \operatorname{tg} x - 8x - 2\pi + 5$  на отрезке  $\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right]$ .

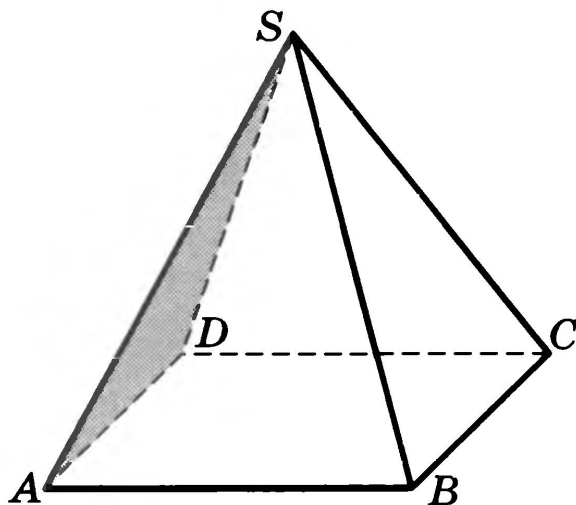
## Часть 2

Для записи решений и ответов на задания С1–С6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

С1. Решите уравнение

$$(6 \cos^2 x - 5 \cos x - 4) \sqrt{-43 \sin x} = 0.$$

С2. В правильной четырехугольной пирамиде  $SABCD$ , все ребра которой равны 1, найдите косинус угла между прямой  $AB$  и плоскостью  $SAD$ .



С3. Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 25^x + 3 \cdot 10^x - 4 \cdot 4^x > 0, \\ \log_{1 - \frac{x^2}{37}} (x^2 - 12|x| + 37) - \log_{1 + \frac{x^2}{37}} (x^2 - 12|x| + 37) \geq 0. \end{cases}$$

- С4.** Треугольник  $ABC$  вписан в окружность радиуса 12. Известно, что  $AB = 6$  и  $BC = 4$ . Найдите  $AC$ .
- С5.** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение  $4x - |3x - |x + a|| = 9|x - 3|$  имеет два корня.
- С6.** Можно ли привести пример пяти различных натуральных чисел, произведение которых равно 312 и
- а) пять;
  - б) четыре;
  - в) три
- из них образуют геометрическую прогрессию?



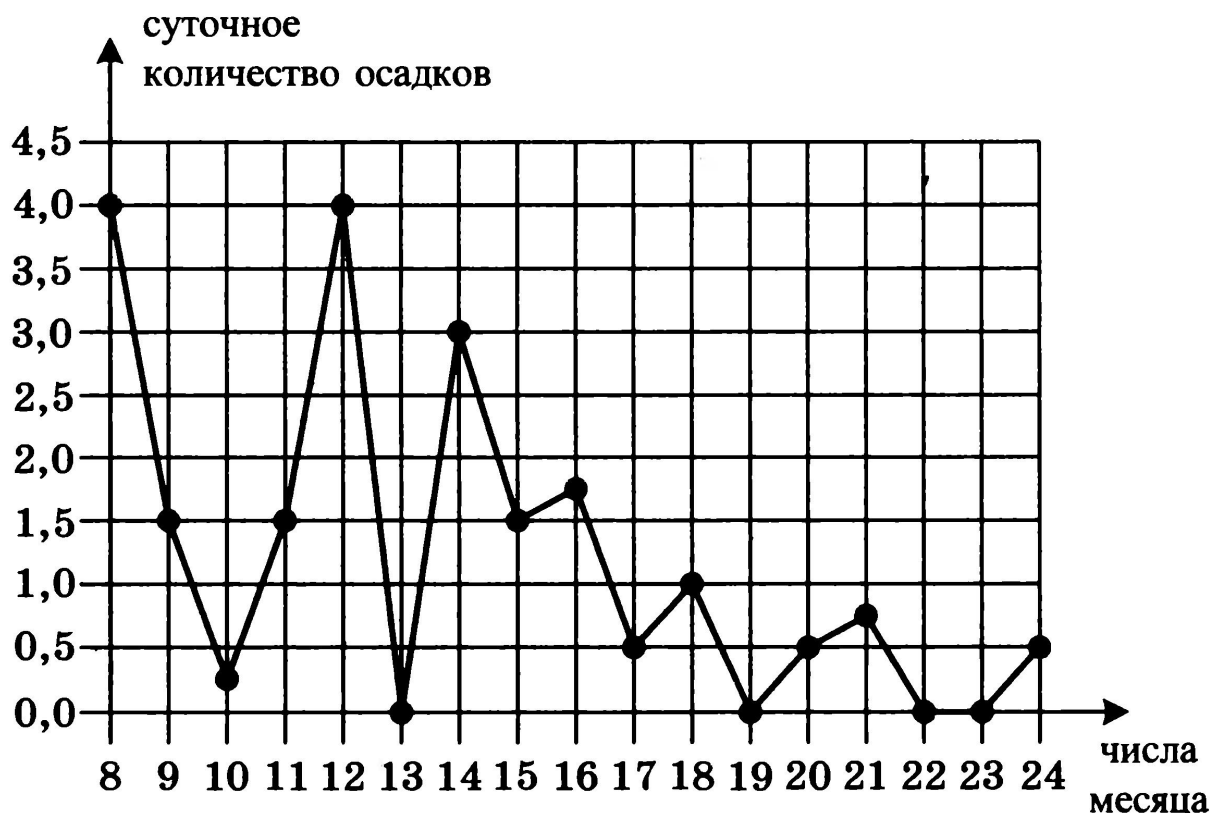
# ТРЕНИРОВОЧНАЯ РАБОТА 4

## Часть 1

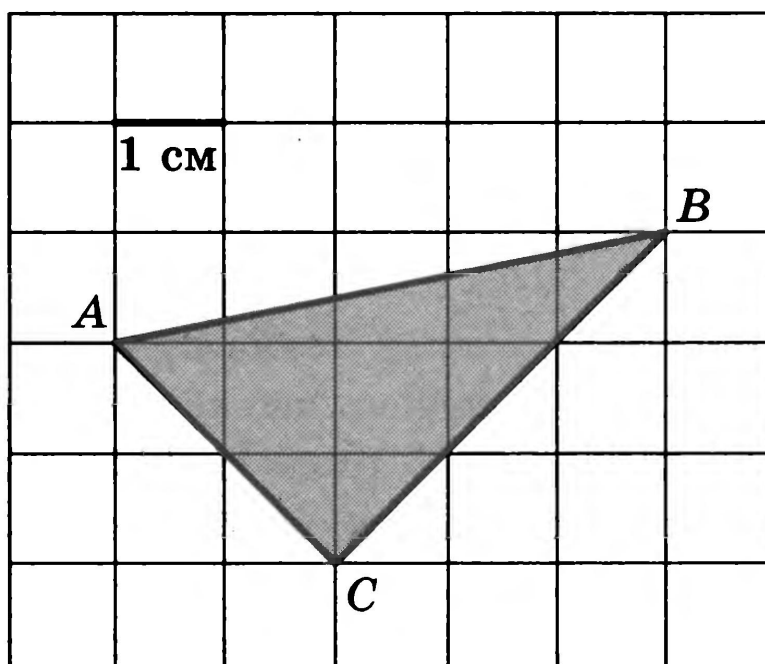
Ответом на задания В1–В14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

- В1.** Теплоход рассчитан на 750 пассажиров и 25 членов команды. Каждая спасательная шлюпка может вместить 70 человек. Какое наименьшее число шлюпок должно быть на теплоходе, чтобы в случае необходимости в них можно было разместить всех пассажиров и всех членов команды?
- В2.** На рисунке жирными точками показано суточное количество осадков, выпадавших в Томске с 8 по 24 января 2005 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — количество осадков, выпавших в соответствующий день, в миллиметрах. Для наглядности жирные

точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, сколько дней из данного периода осадков не было.



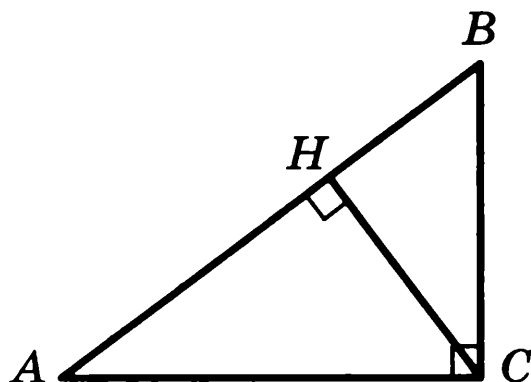
**В3.** Найдите площадь треугольника  $ABC$ . Размер каждой клетки  $1\text{ см} \times 1\text{ см}$ . Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



**В4.** Трое решают, как им обойдется дешевле доехать из Москвы в Санкт-Петербург — на поезде или в автомобиле. Билет на поезд стоит 600 рублей на одного человека. Автомобиль расходует 10 литров бензина на 100 километров пути, расстояние по шоссе равно 700 километрам, а цена бензина равна 19 рублям за литр. Сколько рублей придется заплатить за наиболее дешевую поездку на троих?

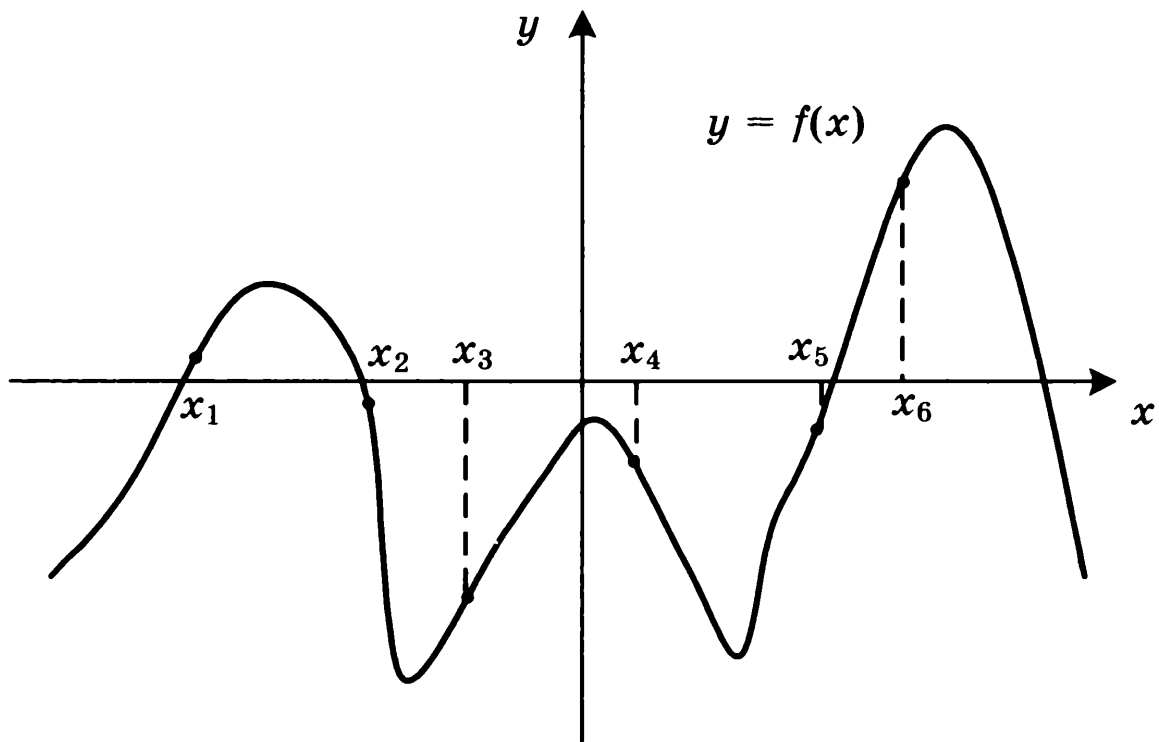
**В5.** Найдите корень уравнения  $\left(\frac{1}{6}\right)^{6-x} = 36$ .

**В6.** В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $\cos A = \frac{4}{5}$ ,  $AC = 4$ . Найдите высоту  $CH$ .

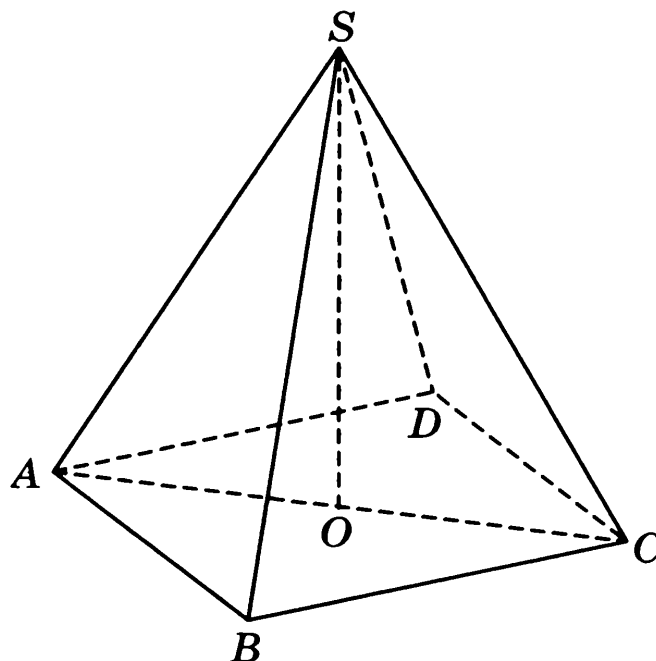


**В7.** Найдите значение выражения  $5 \cdot 7^{\log_7 3}$ .

**В8.** На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$ . Найдите среди точек  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5$  и  $x_6$  те точки, в которых производная функции  $f(x)$  отрицательна. В ответ запишите количество найденных точек.



- В9.** В правильной четырехугольной пирамиде  $SABCD$  точка  $O$  — центр основания,  $S$  вершина,  $SO = 12$ ,  $AC = 18$ . Найдите боковое ребро  $SD$ .



- В10.** При включении телевизор показывает случайный канал. Зритель включает телевизор. В это время по двадцати каналам из сорока показы-

вают рекламу. Найдите вероятность того, что зритель при включении попадет на канал, где реклама в этот момент не идет.

**В11.** Объем конуса равен  $6 \text{ см}^3$ . Чему равен объем цилиндра, который имеет такое же основание и такую же высоту, как и данный конус?

**В12.** Для определения эффективной температуры звёзд используют закон Стефана — Больцмана, согласно которому мощность излучения нагретого тела прямо пропорциональна площади его поверхности и четвёртой степени температуры:  $P = \sigma ST^4$ , где  $\sigma = 5,7 \cdot 10^{-8}$  — числовой коэффициент, площадь измеряется в квадратных метрах, температура — в градусах Кельвина, а мощность — в ваттах. Известно, что некоторая звезда имеет площадь  $S = \frac{1}{256} \cdot 10^{11} \text{ м}^2$ , а излучаемая ею мощность  $P$  не менее  $46,17 \cdot 10^{12}$ , определите наименьшую возможную температуру этой звезды.

**В13.** Первая труба наполняет бак объемом 570 литров, а вторая труба — бак объемом 530 литров. Известно, что одна из труб пропускает в минуту на 4 л воды больше, чем другая. Сколько литров воды в минуту пропускает вторая труба, если баки были наполнены за одно и то же время?

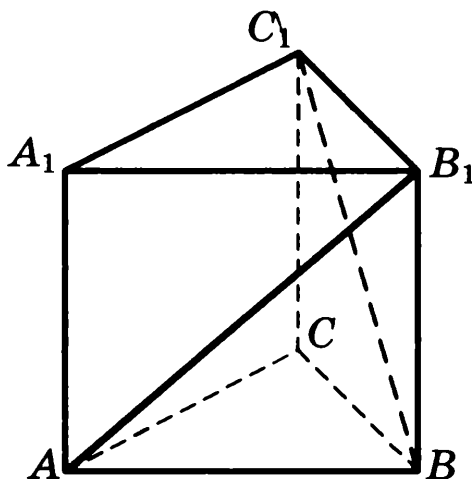
**В14.** Найдите наименьшее значение функции  $f(x) = x^3 + 3x^2 - 3$  на отрезке  $[-2; 1]$ .

## Часть 2

Для записи решений и ответов на задания С1–С6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

С1. Решите уравнение  $\frac{9^{\sin^2 x} - 3^{\sqrt{3} \sin x}}{\sqrt{-2 \cos x} - 1} = 0$ .

С2. В правильной треугольной призме  $ABCA_1B_1C_1$ , все ребра которой равны 1, найдите косинус угла между прямыми  $AB_1$  и  $BC_1$ .



С3. Решите неравенство  $\frac{2 \log_7 (x^2 + 6x)}{\log_7 x^2} \leq 1$ .

С4. Окружности с центрами  $O_1$  и  $O_2$  пересекаются в точках  $A$  и  $B$ . Известно, что  $\angle AO_1B = 90^\circ$ ,  $\angle AO_2B = 60^\circ$ ,  $O_1O_2 = a$ . Найдите радиусы окружностей.

**С5.** Найти все значения параметра  $a$ , при которых система

$$\begin{cases} \log_a (x + y - 1) = x - 3, \\ 2x + y = 4 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

**С6.** Решите уравнение  $3^m + 4^n = 5^k$  в натуральных числах.

# ТРЕНИРОВОЧНАЯ РАБОТА 5

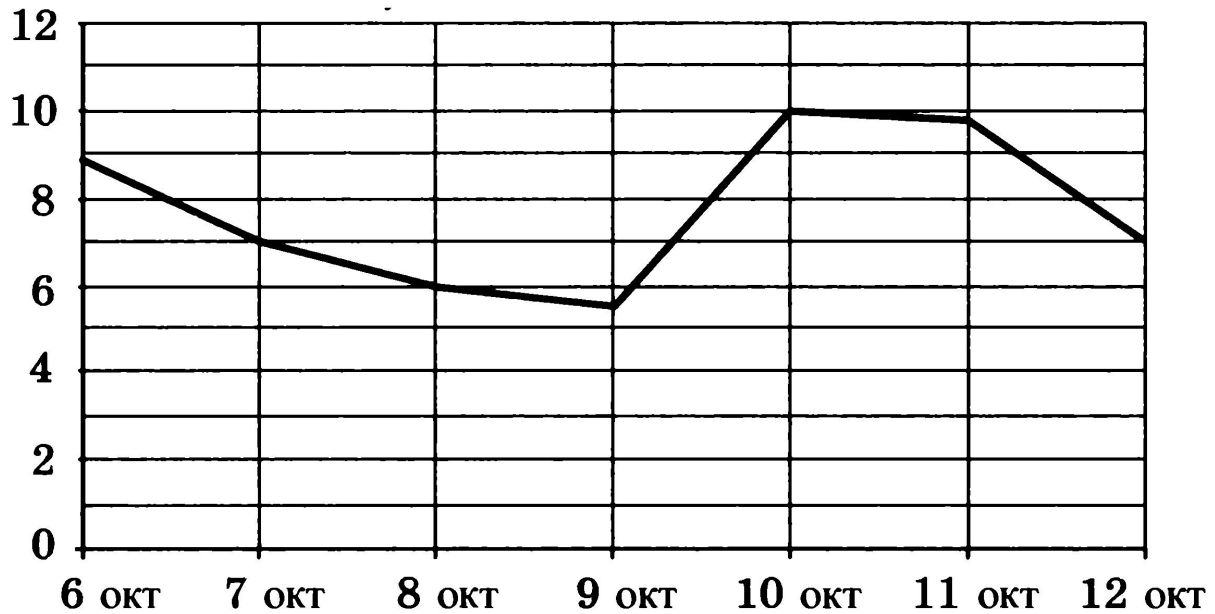
## Часть 1

Ответом на задания В1–В14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

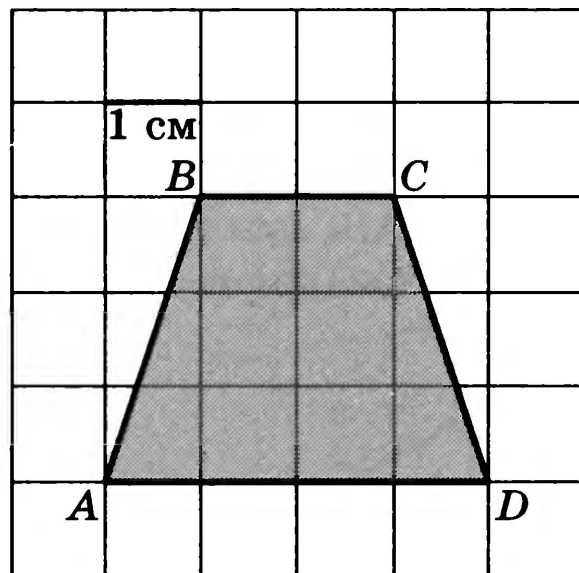
- В1.** Магазин открывается в 10 часов утра, а закрывается в 10 часов вечера. Обеденный перерыв длится с 15 до 16 часов. Сколько часов в день открыт магазин?
- В2.** На рисунке изображен график среднесуточной температуры в г. Саратове в период с 6 по 12 октября 1969 г. На оси абсцисс откладываются числа, на оси ординат — температура в градусах Цельсия. Определите по графику, сколько дней из указанного периода средняя температура была в пределах от  $6,5^{\circ}\text{C}$  до  $9^{\circ}\text{C}$ .



Среднесуточная температура в Саратове  
с 6 по 12 октября 1969 г.



**В3.** Найдите площадь трапеции  $ABCD$ . Размер каждой клетки  $1\text{ см} \times 1\text{ см}$ . Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



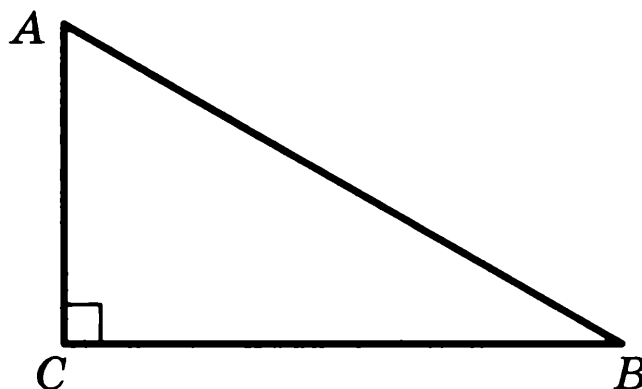
**В4.** От дома до дачи можно доехать на автобусе, на электричке или на маршрутном такси, выйдя на конечной остановке. В таблице приведено время, которое нужно затратить на каждый

участок пути. Какое наименьшее время требуется на дорогу от дома до дачи? Ответ дайте в часах.

| Вид транспорта   | Время на дорогу пешком от дома до остановки | Время в пути    | Время на дорогу пешком от конечной остановки до дачи |
|------------------|---|-----------------|--|
| Автобус          | 20 минут                                    | 2 часа 10 минут | 5 минут  |
| Электричка       | 15 минут                                    | 1 час 55 минут  | 20 минут   |
| Маршрутное такси | 15 минут                                    | 1 час 40 минут  | 40 минут   |

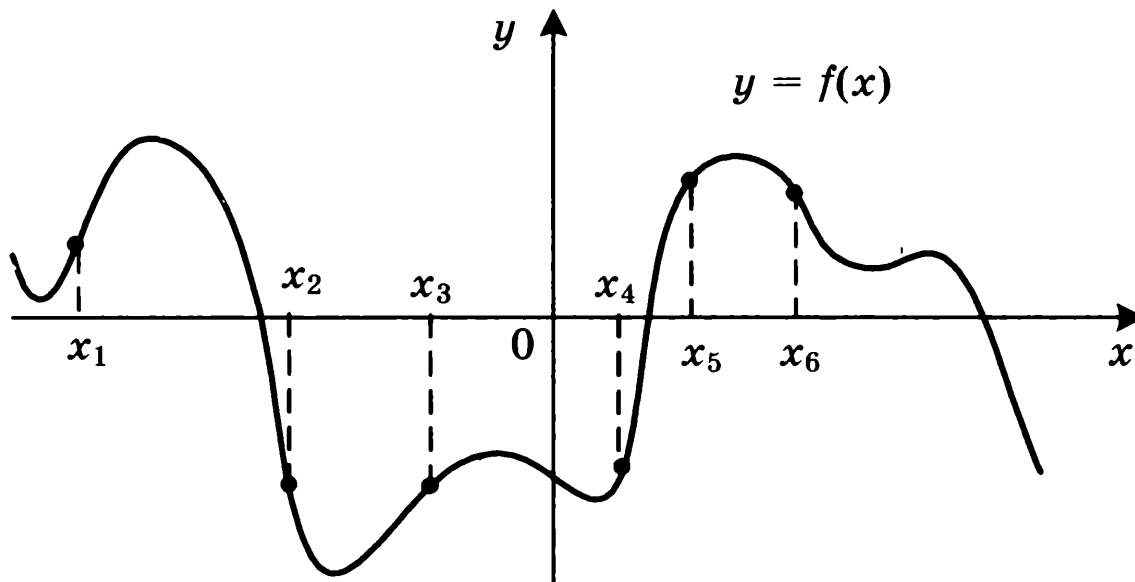
В5. Найдите корень уравнения  $\left(\frac{1}{2}\right)^{14-5x} = 64$ .

В6. В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ , угол  $A$  равен  $60^\circ$ ,  $AB = 8$ . Найдите  $AC$ .

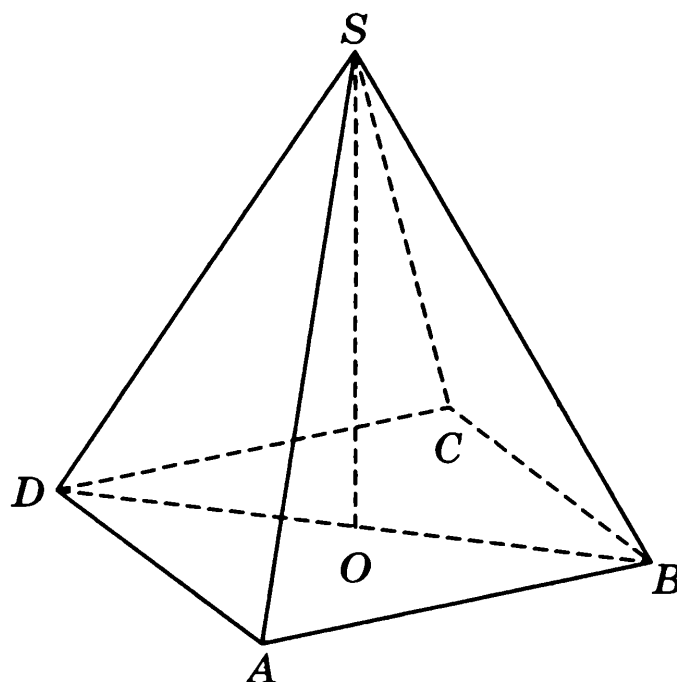


В7. Найдите значение выражения  $10 \cdot 7^{\log_7 4}$ .

- В8.** На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$ . Найдите среди точек  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5$  и  $x_6$  те точки, в которых производная функции  $f(x)$  отрицательна. В ответ запишите количество найденных точек.



- В9.** В правильной четырехугольной пирамиде  $SABCD$  точка  $O$  — центр основания,  $S$  вершина,  $SA = 26$ ,  $BD = 20$ . Найдите длину отрезка  $SO$ .



- В10.** Двое играют в кости — они по разу бросают игральный кубик. Выигрывает тот, у кого больше очков. Если выпадает поровну, то наступает ничья. Первый бросил кубик, и у него выпало 4 очка. Найдите вероятность того, что он выигрывает.
- В11.** Радиус основания первого конуса в 2 раза меньше, чем радиус основания второго конуса, а образующая первого конуса в 3 раза больше, чем образующая второго. Чему равна площадь боковой поверхности первого конуса, если площадь боковой поверхности второго равна  $22 \text{ см}^2$ ? Ответ дайте в  $\text{см}^2$ .
- В12.** Масса радиоактивного вещества уменьшается по закону  $m(t) = m_0 2^{-\frac{t}{T}}$ . В лаборатории получили вещество, содержащее в начальный момент времени  $m_0 = 12$  мг изотопа натрия-24, период полураспада которого равен  $T = 15$  ч. В течение скольких часов содержание натрия-24 в веществе будет превосходить 3 мг?
- В13.** Теплоход, скорость которого в неподвижной воде равна 20 км/ч, проходит по течению реки до пункта назначения и после стоянки возвращается в исходный пункт. Найдите расстояние, пройденное теплоходом за весь рейс, если скорость течения равна 4 км/ч, стоянка длится 3 часа, а в исходный пункт теплоход возвращается через 13 часов после отплытия из него. Ответ дайте в километрах.

**В14.** Найдите наименьшее значение функции  $y = (x - 7)e^{x-6}$  на отрезке  $[5; 7]$ .

## Часть 2

Для записи решений и ответов на задания С1–С6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

**С1.** Решите уравнение

$$\cos 2x + 2 \cos^2 x - \sin 2x = 0.$$

Укажите корни, принадлежащие отрезку  $[\frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}]$ .

**С2.** Диаметр окружности основания цилиндра равен 26, образующая цилиндра равна 21. Плоскость пересекает его основания по хордам длины 24 и 10. Найдите тангенс угла между этой плоскостью и плоскостью основания цилиндра.

**С3.** Решите неравенство

$$\log_{2-x}(x+2) \cdot \log_{x+3}(3-x) \leq 0.$$

**С4.** В треугольнике  $ABC$  проведены высоты  $BM$  и  $CN$ ,  $O$  — центр вписанной окружности. Известно, что  $BC = 24$ ,  $MN = 12$ . Найдите радиус окружности, описанной около треугольника  $BOC$ .

**С5.** Найдите все значения параметра  $a$ , при которых система

$$\begin{cases} \log_{a^2} y = (x^2 + 3x + 2)^4, \\ -x^2 + y = 3x + 2 \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

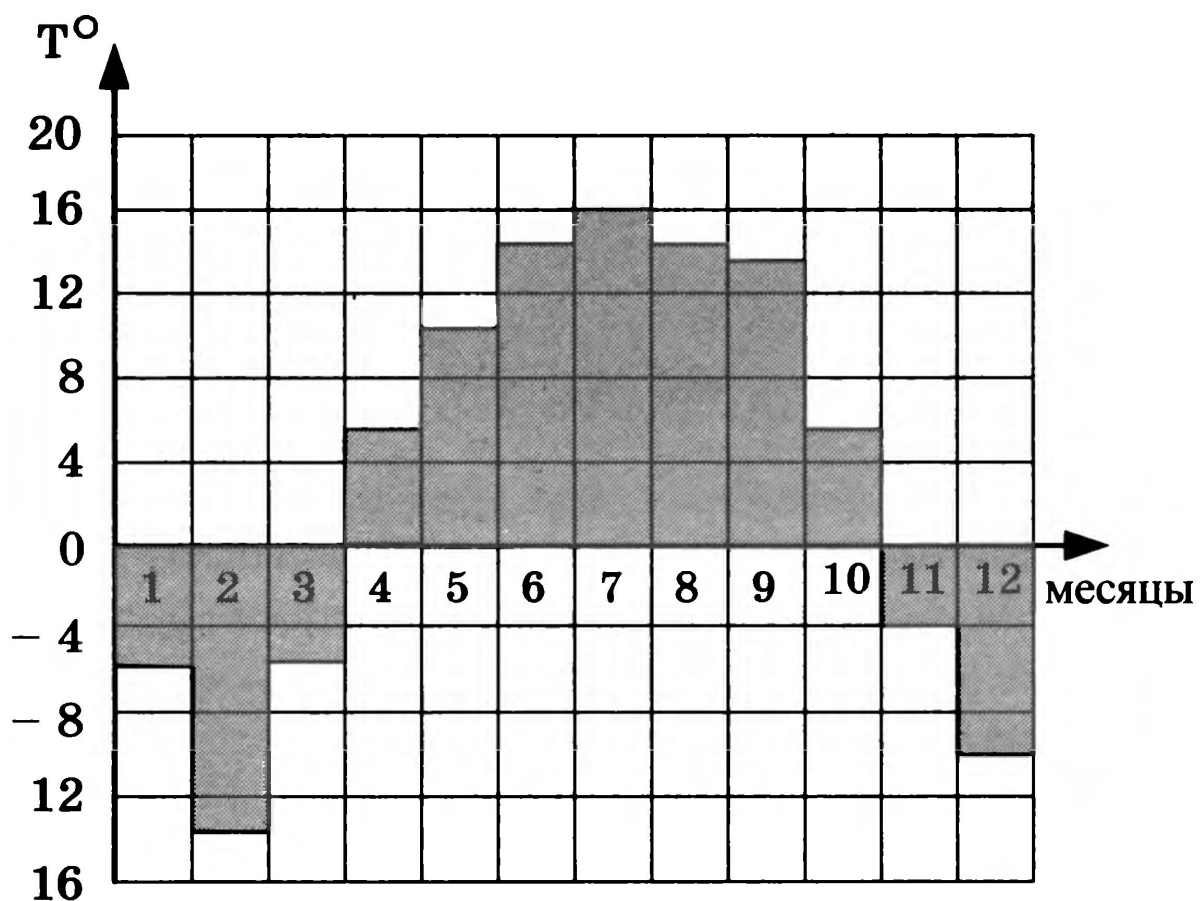
**С6.** Найдите все натуральные числа, последняя десятичная цифра которых 0 и которые имеют ровно 15 различных натуральных делителей (включая единицу и само число).

# ТРЕНИРОВОЧНАЯ РАБОТА 6

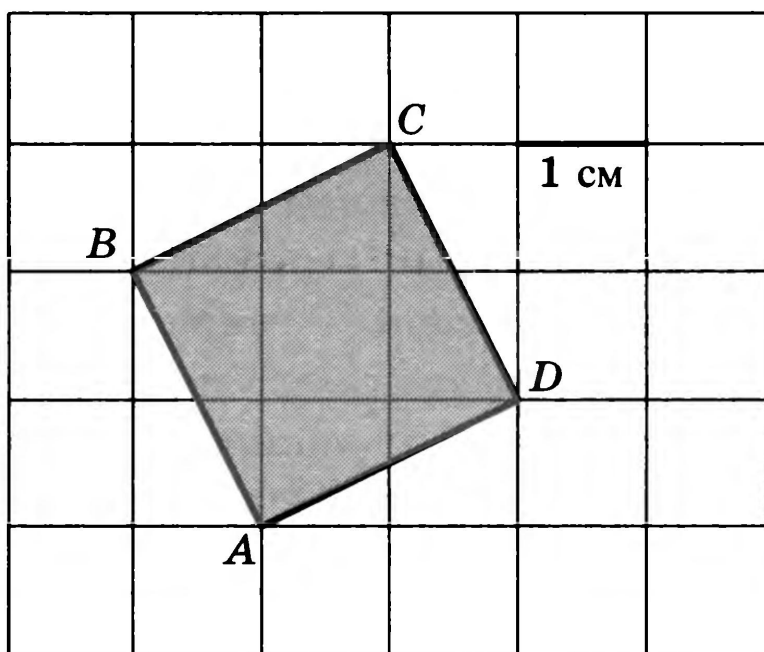
## Часть 1

Ответом на задания В1–В14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

- В1.** Сырок стоит 5 руб. 40 коп. Какое наибольшее число сырков можно купить на 40 рублей?
- В2.** На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Нижнем Новгороде за каждый месяц 1994 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме разность между наибольшей и наименьшей среднемесячными температурами в 1994 году. Ответ дайте в градусах Цельсия.



**В3.** Найдите площадь квадрата  $ABCD$ . Размер каждой клетки  $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$ . Ответ дайте в квадратных сантиметрах.





**В4.** В магазине одежды объявлена акция — если покупатель приобретает товар на сумму свыше 5 000 руб., он получает скидку на следующую покупку в размере 10%. Если покупатель участвует в акции, он теряет право возвратить товар в магазин.

Покупатель В. хочет приобрести куртку ценой 4500 руб., рубашку ценой 800 руб. и кеды ценой 1600 руб. В каком случае В. заплатит за покупку меньше всего?

1. В. купит все три товара сразу.

2. В. купит сначала куртку и рубашку, а потом кеды со скидкой.

3. В. купит сначала куртку и кеды, а потом рубашку со скидкой.

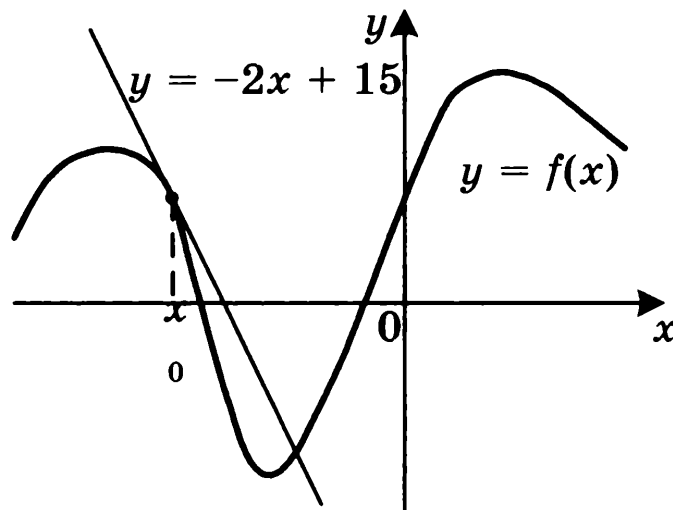
В ответ запишите сумму, которую заплатит В. за покупку в этом случае.

**В5.** Найдите корень уравнения  $5^{4-x} = 25$ .

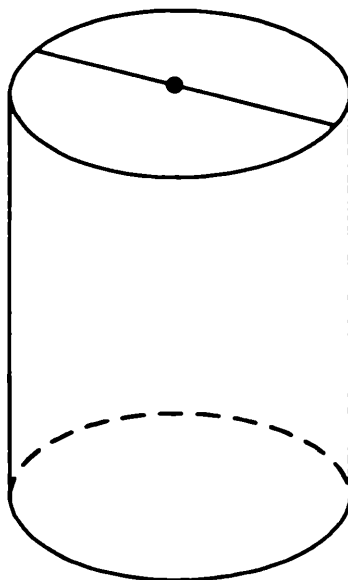
**В6.** В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $\sin A = \frac{\sqrt{21}}{5}$ . Найдите  $\sin B$ .

**В7.** Найдите значение выражения  $7 \cdot 10^{\log_{10} 3}$ .

**В8.** На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$  и касательная к этому графику, проведенная в точке  $x_0$ . Уравнение касательной показано на рисунке. Найдите значение производной функции  $y = -\frac{1}{4}f(x) + 5$  в точке  $x_0$ .



- В9.** Площадь боковой поверхности цилиндра равна  $12\pi$ , а диаметр основания — 3. Найдите высоту цилиндра.



- В10.** В среднем на 150 карманных фонариков приходится три неисправных. Найдите вероятность купить работающий фонарик.
- В11.** Объем данного правильного тетраэдра равен  $2 \text{ см}^3$ . Найдите объем правильного тетраэдра, ребро которого в 3 раза больше ребра данного тетраэдра. Ответ дайте в  $\text{см}^3$ .

**В12.** В электросеть включён предохранитель, рассчитанный на силу тока 16 А. Определите, какое минимальное сопротивление должно быть у электроприбора, подключаемого к розетке в 220 вольт, чтобы сеть продолжала работать. Сила тока в цепи  $I$  связана с напряжением  $U$  соотношением  $I = \frac{U}{R}$ , где  $R$  — сопротивление электроприбора. (Ответ выразите в омах.)

**В13.** Моторная лодка прошла против течения 24 км и вернулась обратно, затратив на обратный путь на 20 мин меньше, чем при движении против течения. Найдите скорость (в км/ч) лодки в неподвижной воде, если скорость течения равна 3 км/ч.

**В14.** Найдите наименьшее значение функции  $y = 5 \cos x - 6x + 4$  на отрезке  $\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$ .

## Часть 2

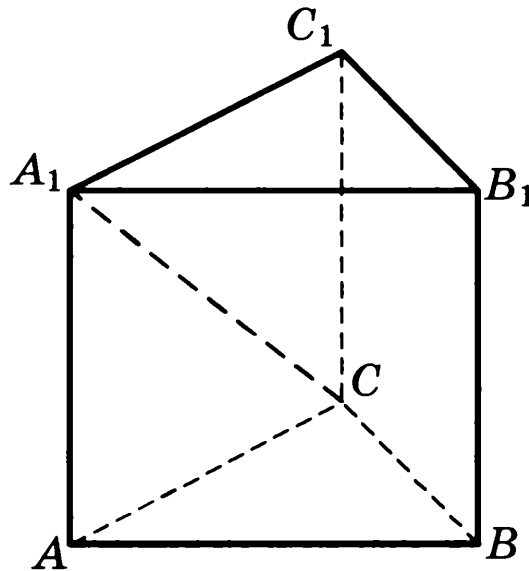
Для записи решений и ответов на задания С1–С6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

С1. Решите уравнение

$$\frac{1}{\cos^2 x} + 3 \operatorname{tg} x - 5 = 0.$$

Укажите корни, принадлежащие отрезку  $[-\pi; \frac{\pi}{2}]$ .

С2. В правильной треугольной призме  $ABCA_1B_1C_1$ , все ребра которой равны 1, найдите косинус угла между прямыми  $AB$  и  $A_1C$ .



С3. Решите систему неравенств

$$\begin{cases} 7^{x-1} + 7^x + 7^{x+1} > 171, \\ \log_3 \frac{1}{x} + \log_3 (x^2 + 3x - 9) \leq \log_3 \left( x^2 + 3x + \frac{1}{x} - 10 \right). \end{cases}$$

С4. Прямая касается окружностей радиусов  $R$  и  $r$  в точках  $A$  и  $B$ . Известно, что расстояние между центрами равно  $a$ , причем  $r < R$  и  $r + R < a$ . Найдите  $AB$ .

- С5.** Найдите все значения параметра  $a$ , при которых система

$$\begin{cases} \log_a y = (x^2 - 2x)^2, \\ x^2 + y = 2x \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

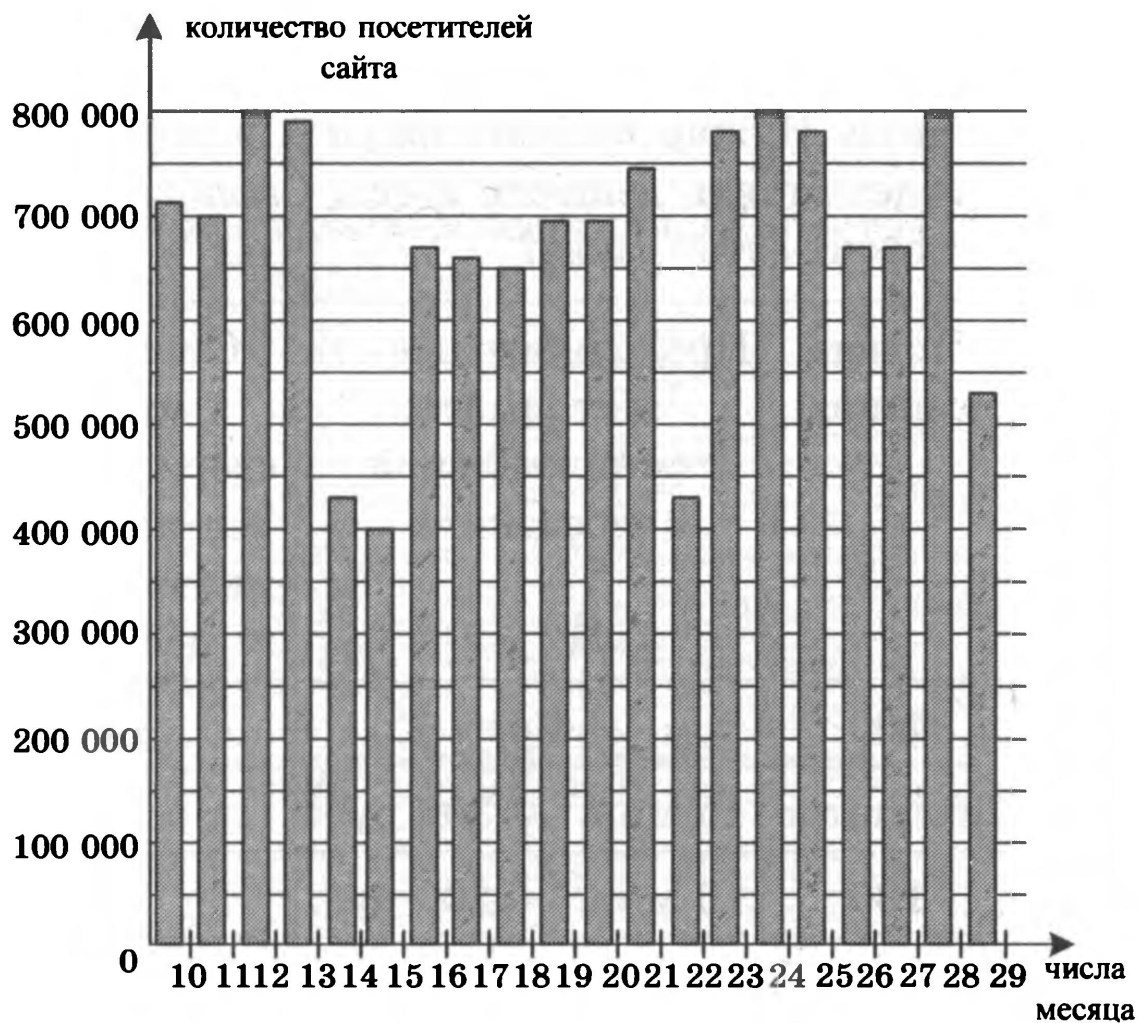
- С6.** Найдутся ли хотя бы три десятизначных числа, делящихся на 11, в записи каждого из которых использованы все цифры от 0 до 9?

# ТРЕНИРОВОЧНАЯ РАБОТА 7

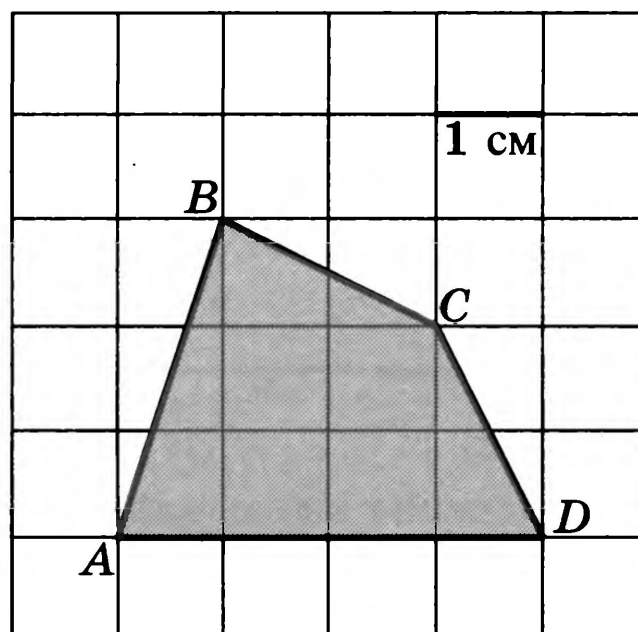
## Часть 1

Ответом на задания В1–В14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

- В1.** Железнодорожный билет для взрослого стоит 720 руб. Стоимость билета школьника составляет 50% от стоимости билета для взрослого. Группа состоит из 15 школьников и двух взрослых. Сколько стоят билеты на всю группу?
- В2.** На диаграмме показано количество посетителей сайта РИА Новости во все дни с 10 по 29 ноября 2009 года. По горизонтали указываются дни месяца, по вертикали — количество посетителей сайта за данный день. Определите по диаграмме, сколько в 2009 году было дней за данный период, когда на сайте РИА Новости было не меньше 650 тысяч посетителей.



**В3.** Найдите площадь четырехугольника  $ABCD$ .  
Размер каждой клетки  $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$ . Ответ дайте  
в квадратных сантиметрах.

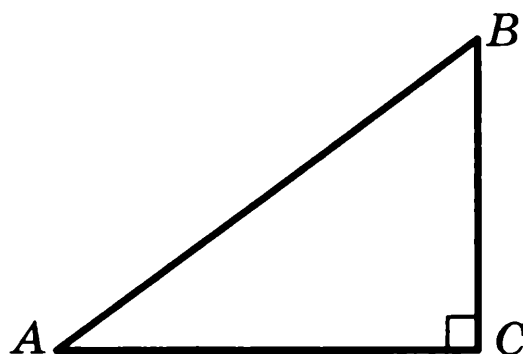


**В4.** В таблице даны тарифы на услуги трех фирм такси. Предполагается поездка длительностью 70 минут. Нужно выбрать фирму, в которой заказ будет стоить дешевле всего. Сколько рублей будет стоить этот заказ?

| Фирма такси | Подача машины | Продолжительность и стоимость (минимальной поездки*) | Стоимость 1 минуты сверх продолжительности минимальной поездки |
|-------------|---------------|--|--|
| А           | 200           | Нет  | 13   |
| Б           | Бесплатно     | 15 мин. — 300 руб.                                   | 18   |
| В           | 180           | 10 мин. — 200 руб.                                   | 14   |

**В5.** Найдите корень уравнения  $\log_7(x - 6) = 2$ .

**В6.** В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $\cos A = \frac{4}{5}$ . Найдите  $\sin B$ .

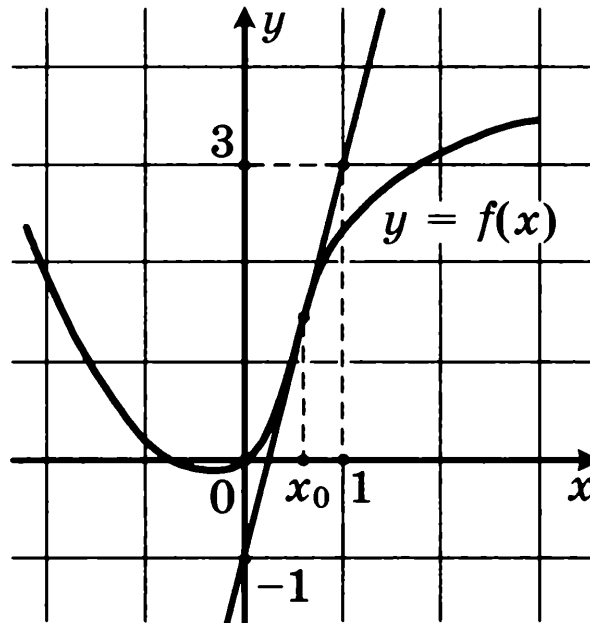


**В7.** Вычислите значение выражения

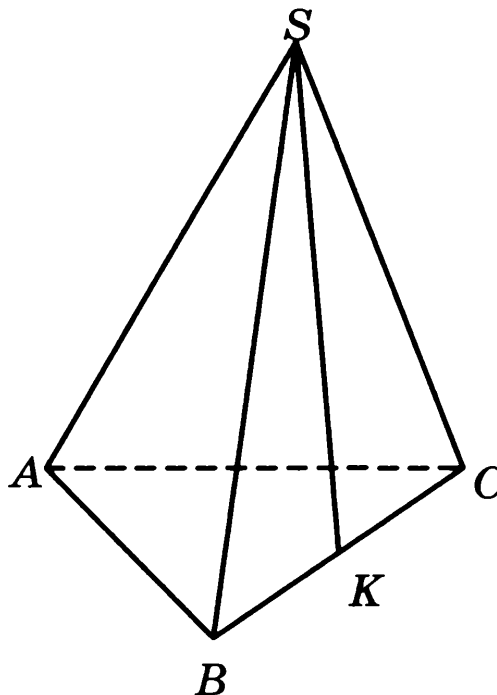
$$3^{\log_3 7} + 49^{\log_7 \sqrt{13}}.$$



- В8.** На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$  и касательная к этому графику, проведенная в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .



- В9.** В правильной треугольной пирамиде  $SABC$   $K$  — середина ребра  $BC$ ,  $S$  — вершина. Известно, что  $AB = 4$ , а  $SK = 21$ . Найдите площадь боковой поверхности.



- В10.** В среднем из каждых 50 поступивших в продажу аккумуляторов 48 аккумуляторов заряжены. Найдите вероятность того, что купленный аккумулятор не заряжен.
- В11.** Радиус основания первого конуса в 3 раза меньше, чем радиус основания второго конуса, а образующая первого конуса в 2 раза больше, чем образующая второго. Чему равна площадь боковой поверхности первого конуса, если площадь боковой поверхности второго равна  $18 \text{ см}^2$ ? Ответ дайте в  $\text{см}^2$ .
- В12.** Зависимость объёма спроса  $q$  (тыс. руб.) на продукцию предприятия-монополиста от цены  $p$  (тыс. руб.) задается формулой  $q = 160 - 10p$ . Выручка предприятия за месяц  $r$  (в тыс. руб.) вычисляется по формуле  $r(p) = q \cdot p$ . Определите наибольшую цену  $p$ , при которой месячная выручка  $r(p)$  составит не менее 280 тыс. руб. Ответ приведите в тыс. руб.
- В13.** Города  $A$ ,  $B$  и  $C$  соединены прямолинейным шоссе, причем город  $B$  расположен между городами  $A$  и  $C$ . Из города  $A$  в сторону города  $C$  выехал легковой автомобиль, и одновременно с ним из города  $B$  в сторону города  $C$  выехал грузовик. Через сколько часов после выезда легковой автомобиль догонит грузовик, если скорость легкового автомобиля на 28 км/ч больше скорости грузовика, а расстояние между городами  $A$  и  $B$  равно 112 км?

- В14.** Найдите наибольшее значение функции  $y = \ln(x + 5)^5 - 5x$  на отрезке  $[-4, 5; 0]$ .

## Часть 2

Для записи решений и ответов на задания С1–С6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

- С1.** Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \cos y \sqrt{\sin x} = 0, \\ 2 \sin^2 x = 2 \cos^2 y + 1. \end{cases}$$

- С2.** Диаметр окружности основания цилиндра равен 20, образующая цилиндра равна 28. Плоскость пересекает его основания по хордам длины 12 и 16. Найдите тангенс угла между этой плоскостью и плоскостью основания цилиндра.

- С3.** Решите неравенство  $\left(\frac{1}{2}\right)^{\log_2(x^2-1)} > 1$ .

- С4.** Точки  $A_1$ ,  $B_1$  и  $C_1$  — основания высот треугольника  $ABC$ . Углы треугольника  $A_1B_1C_1$  равны  $90^\circ$ ,  $60^\circ$  и  $30^\circ$ . Найдите углы треугольника  $ABC$ .

**С5.** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} |a|^{x-y} = \log_2 x - 6, \\ x - \log_2 x = y - 6 \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

**С6.** Все члены конечной последовательности являются натуральными числами. Каждый член этой последовательности, начиная со второго, либо в 15 раз больше, либо в 15 раз меньше предыдущего. Сумма всех членов последовательности равна 3825.

а) Может ли последовательность состоять из двух членов?

б) Может ли последовательность состоять из трех членов?

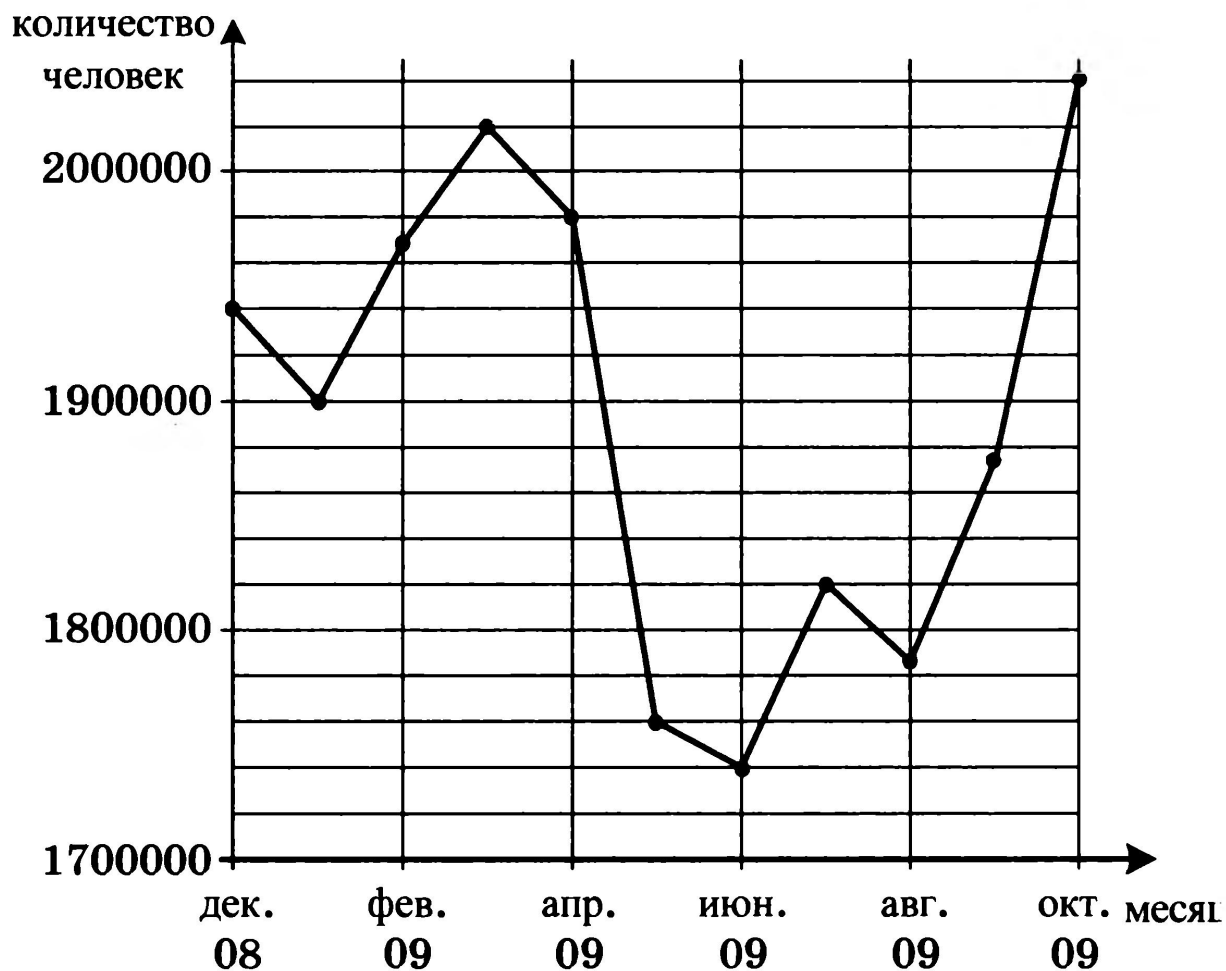
в) Какое наибольшее количество членов может быть в последовательности?

# ТРЕНИРОВОЧНАЯ РАБОТА 8

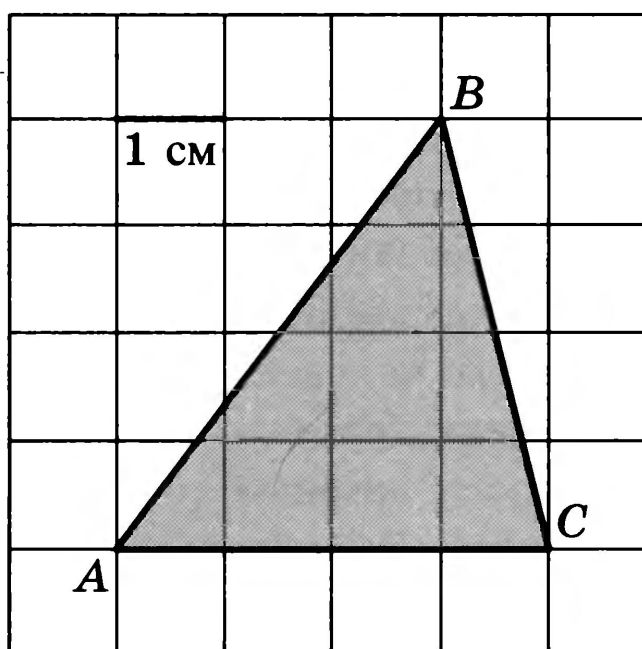
## Часть 1

Ответом на задания В1–В14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

- В1.** Стоимость проездного билета на месяц составляет 800 руб. А стоимость билета на одну поездку 22 руб. Аня купила проездной и сделала за месяц 45 поездок. Сколько рублей она сэкономила?
- В2.** На рисунке жирными точками показана средняя недельная аудитория поискового сайта во все месяцы с декабря 2008 по октябрь 2009 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — количество человек, посетивших сайт хотя бы раз за неделю (среднее за 4 недели месяца). Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку наименьшую среднюю недельную аудиторию за указанный период.



**В3.** Найдите площадь треугольника  $ABC$ . Размер каждой клетки  $1\text{ см} \times 1\text{ см}$ . Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

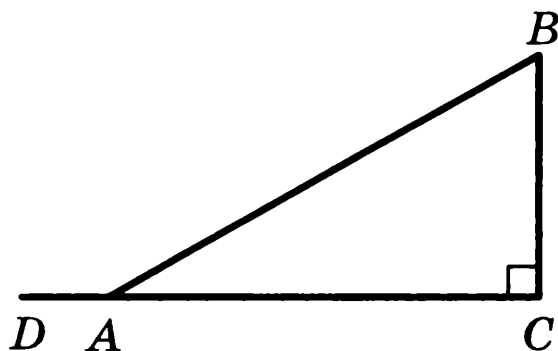


**В4.** От дома до дачи можно доехать на автобусе, на электричке или на маршрутном такси, выйдя на конечной остановке. В таблице приведено время, которое нужно затратить на каждый участок пути. Какое наименьшее время потребуется на дорогу от дома до дачи? Ответ дайте в часах.

| Вид транспорта   | Время на дорогу пешком от дома до остановки | Время в пути   | Время на дорогу пешком от конечной остановки до дачи |
|------------------|---|----------------|--|
| Автобус          | 10 минут                                    | 1 час 55 минут | 10 минут   |
| Электричка       | 20 минут                                    | 1 час 15 минут | 40 минут   |
| Маршрутное такси | 20 минут                                    | 1 час 30 минут | 30 минут   |

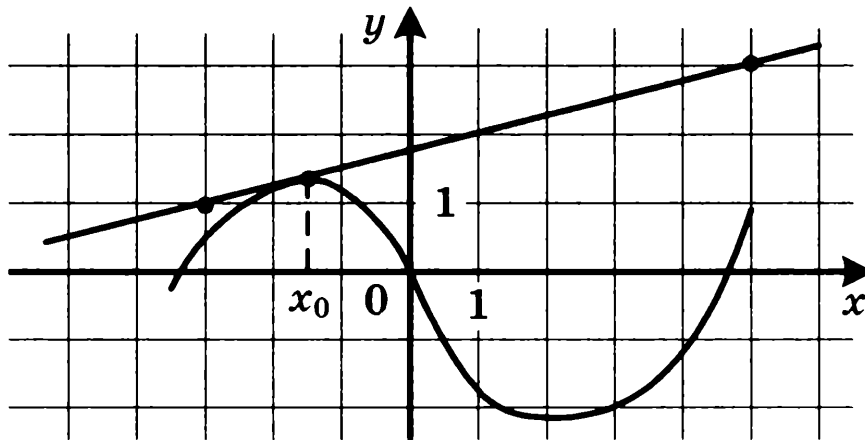
**В5.** Найдите корень уравнения  $\log_{\frac{1}{5}}(5 - x) = -2$ .

**В6.** В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ , угол  $B$  равен  $60^\circ$ . Найдите синус угла  $BAD$ .

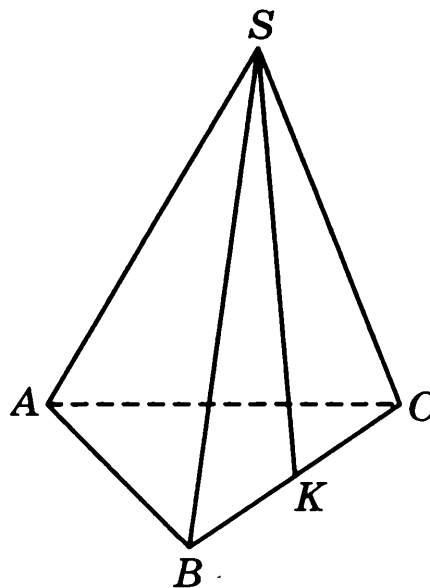


**В7.** Найдите  $\cos \alpha$ , если  $\sin \alpha = \frac{\sqrt{7}}{4}$  и  $\alpha \in (0; 0,5\pi)$ .

- В8.** На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .



- В9.** В правильной треугольной пирамиде  $SABC$   $K$  — середина ребра  $BC$ ,  $S$  — вершина. Известно, что  $AB = 7$ , а площадь боковой поверхности равна 168. Найдите длину отрезка  $SK$ .



- В10.** При двукратном бросании игрального кубика в сумме выпало 6 очков. Найдите вероятность того, что в первый раз выпало меньше 3 очков.



**В11.** В цилиндрическом сосуде уровень жидкости достигает 384 см. На какой высоте будет находиться уровень жидкости, если ее перелить во второй цилиндрический сосуд, диаметр которого в 8 раз больше диаметра первого? Ответ выразите в сантиметрах.

**В12.** При температуре  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$  рельс имеет длину  $l_0 = 25$  метров. При прокладке путей между рельсами оставили зазор в 12 мм. При возрастании температуры будет происходить тепловое расширение рельса, и его длина будет меняться по закону  $l(t^{\circ}) = l_0 (1 + \alpha \cdot t^{\circ})$ , где  $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} (\text{C}^{\circ})^{-1}$  — коэффициент теплового расширения,  $t_0$  — температура (в градусах Цельсия). При какой минимальной температуре между рельсами исчезнет зазор? (Ответ выразите в градусах Цельсия.)

**В13.** Численность волков в двух заповедниках в 2009 году составляла 220 особей. Через год обнаружили, что в первом заповеднике численность волков возросла на 10%, а во втором — на 20%. В результате общая численность волков в двух заповедниках составила 250 особей. Сколько волков было в первом заповеднике в 2009 году?

**В14.** Найдите наибольшее значение функции

$$f(x) = -x^3 + 3x^2 + 9x - 29$$

на отрезке  $[-1; 4]$ .

## Часть 2

Для записи решений и ответов на задания С1–С6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

С1. Решите уравнение  $(2 \sin x + \sqrt{3}) \log_3(\operatorname{tg} x) = 0$ .

С2. В правильной шестиугольной призме  $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$ , стороны основания которой равны 5, а боковые ребра равны 11, найдите расстояние от точки  $C$  до прямой  $A_1 F_1$ .

С3. Решите систему неравенств

$$\begin{cases} \log_{5x} x^2 + \log_{x^2} 5x \leq 2, \\ \log_{x-3}^4 (x^2 - 17) + \log_{x^2-17}^2 (x - 3) - \log_{5x} 25 > 79. \end{cases}$$

С4. Периметр равнобедренной трапеции равен 52. Известно, что в эту трапецию можно вписать окружность, причём боковая сторона делится точкой касания в отношении 4 : 9. Прямая, проходящая через центр окружности и вершину трапеции, отсекает от трапеции треугольник. Найдите отношение площади этого треугольника к площади трапеции.

- С5.** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} (x - a)(ax - 2a - 3) \geq 0, \\ ax \geq 4 \end{cases}$$

не имеет решений.

- С6.** Найдите наибольший общий делитель всех чисел вида  $p^2 - 1$ , где  $p$  — простое число, большее 3, но меньшее 2010.

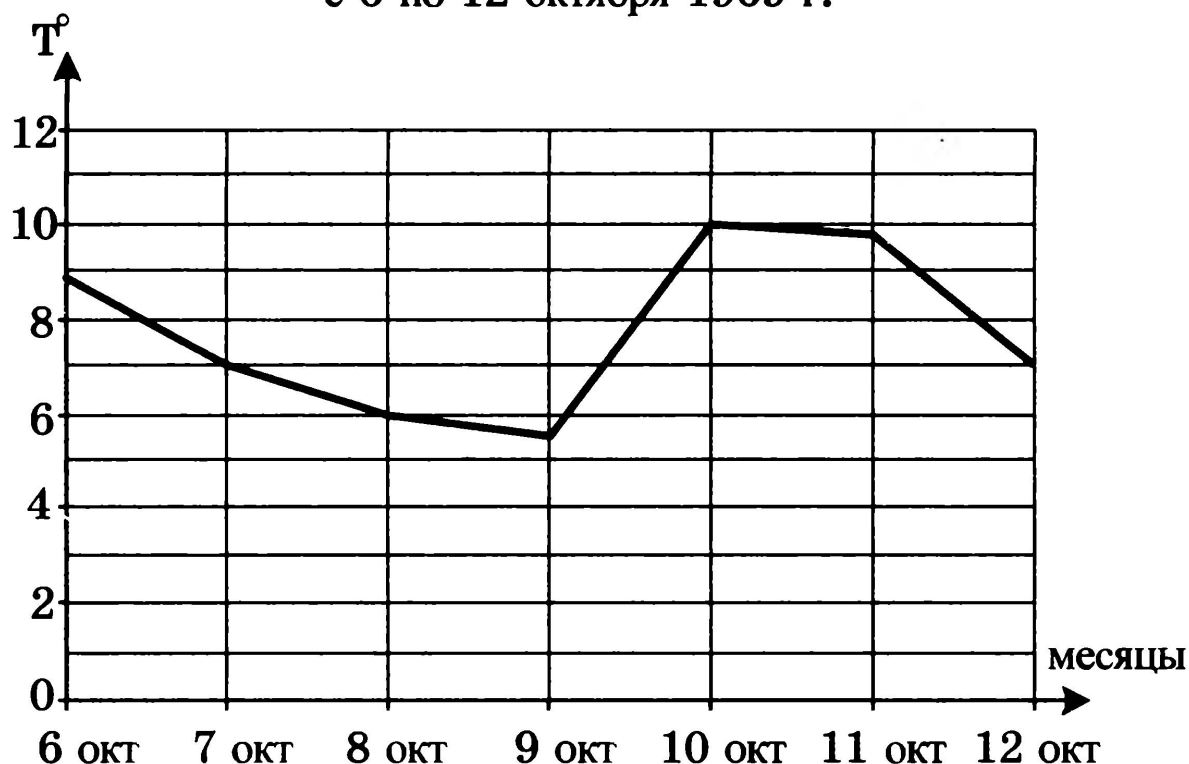
# ТРЕНИРОВОЧНАЯ РАБОТА 9

## Часть 1

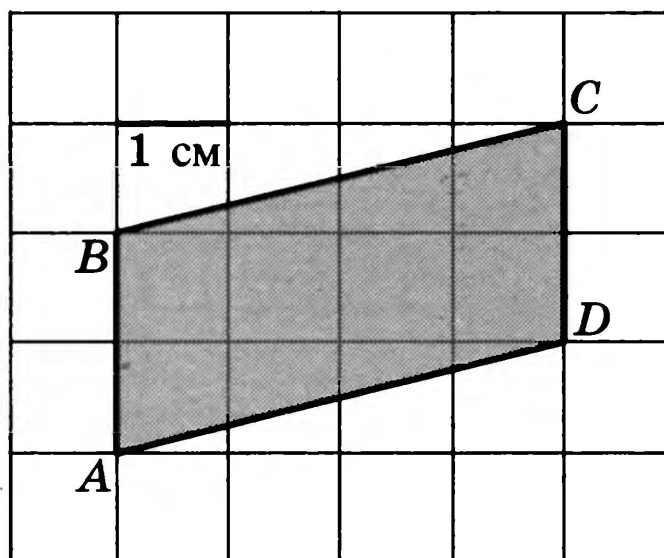
Ответом на задания В1–В14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

- В1.** Больному прописан курс лекарства, которое нужно пить по 0,5 г три раза в день в течение трех недель. В одной упаковке содержится 10 таблеток по 0,5 г. Какого наименьшего количества упаковок хватит на весь курс?
- В2.** На рисунке изображен график среднесуточной температуры в г. Саратове в период с 6 по 12 октября 1969 г. На оси абсцисс откладываются числа, на оси ординат — температура в градусах Цельсия. Определите по графику, какая была средняя температура 8 октября. Ответ дайте в градусах Цельсия.

**Среднесуточная температура в Саратове  
с 6 по 12 октября 1969 г.**



**В3.** Найдите площадь параллелограмма  $ABCD$ . Размер каждой клетки  $1\text{ см} \times 1\text{ см}$ . Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



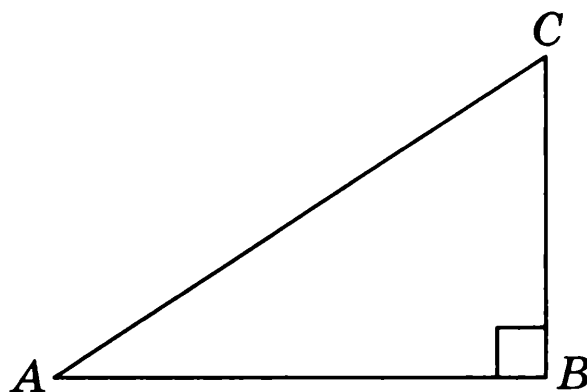
**В4.** Для изготовления книжных полок требуется заказать 60 одинаковых стекол в одной из трех фирм. Площадь каждого стекла равна  $0,15\text{ м}^2$ . В

таблице приведены цены на стекло и на резку стекол. Сколько рублей нужно заплатить за самый выгодный заказ?

| Фирма | Стоимость стекла<br>(руб. за 1 м <sup>2</sup> ) | Резка стекла<br>(руб. за одно<br>стекло) |
|-------|---|--|
| А     | 90  | 15                                       |
| Б     | 80  | 20                                       |
| В     | 140   | Бесплатно                                |

**В5.** Найдите корень уравнения  $\sqrt{4x + 5} = 5$ .

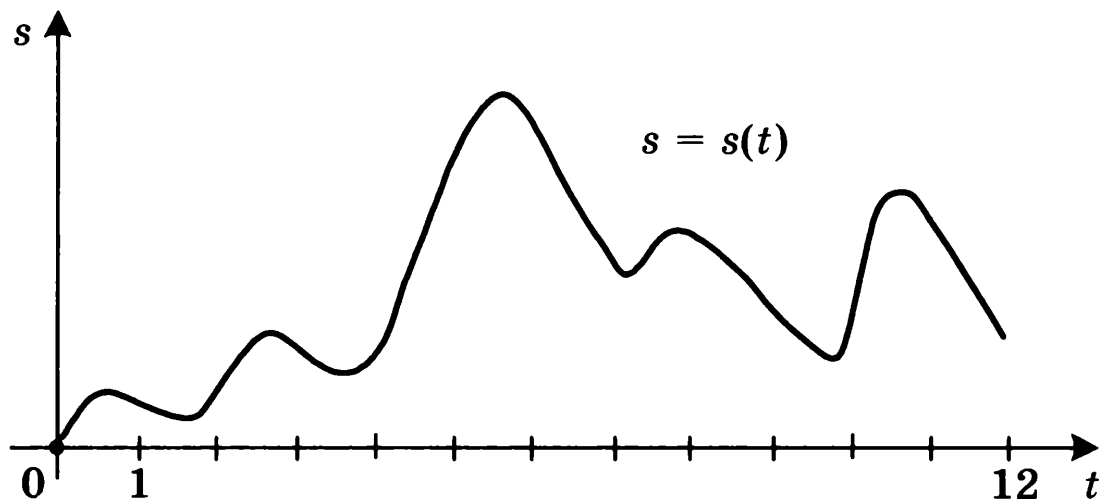
**В6.** Один острый угол прямоугольного треугольника на  $30^\circ$  больше другого. Найдите больший острый угол.



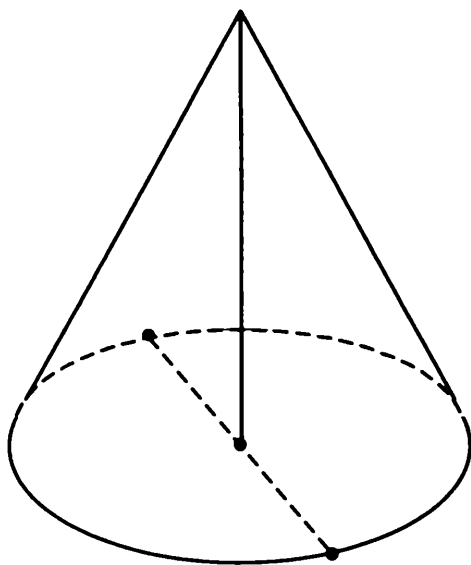
**В7.** Найдите значение выражения  $\log_8 288 - \log_8 4,5$ .

**В8.** Материальная точка  $M$  начинает движение из точки  $A$  и движется по прямой на протяжении 12 секунд. График показывает, как менялось расстояние от точки  $A$  до точки  $M$  со временем.

На оси абсцисс откладывается время  $t$  в секундах, на оси ординат — расстояние  $s$  в метрах. Определите, сколько раз за время движения скорость точки  $M$  обращалась в ноль (начало и конец движения не учитывайте).



- В9.** Высота конуса равна 30, а длина образующей — 34 . Найдите диаметр основания конуса.



- В10.** В каждой пятой банке кофе согласно условиям акции есть приз. Призы распределены по банкам случайно. Галя покупает банку кофе в надежде выиграть приз. Найдите вероятность того, что Галя не найдет приз в своей банке?

**В11.** Объем данного правильного тетраэдра равен  $3 \text{ см}^3$ . Найдите объем правильного тетраэдра, ребро которого в 4 раза больше ребра данного тетраэдра. Ответ дайте в  $\text{см}^3$ .

**В12.** Коэффициент полезного действия (КПД) некоторого двигателя определяется формулой

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot 100\%, \text{ где } T_1 \text{ — температура нагре-$$

вателя (в градусах Кельвина),  $T_2$  — температура холодильника (в градусах Кельвина). При какой минимальной температуре нагревателя  $T_1$  КПД этого двигателя будет не меньше 15%, если температура холодильника  $T_2 = 340^\circ \text{ К}$ ? Ответ выразите в градусах Кельвина.

**В13.** Под строительную площадку отвели участок прямоугольной формы, длина которого на 30 метров больше его ширины. При утверждении плана застройки выяснилось, что граница участка проходит по территории водоохранной зоны, поэтому его ширину уменьшили на 20 метров. Найдите длину участка, если после утверждения плана застройки площадь участка составила  $2400 \text{ м}^2$ .

**В14.** Найдите наибольшее значение функции

$$y = 4x - 4 \operatorname{tg} x + \pi - 9 \text{ на отрезке } \left[ -\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4} \right].$$



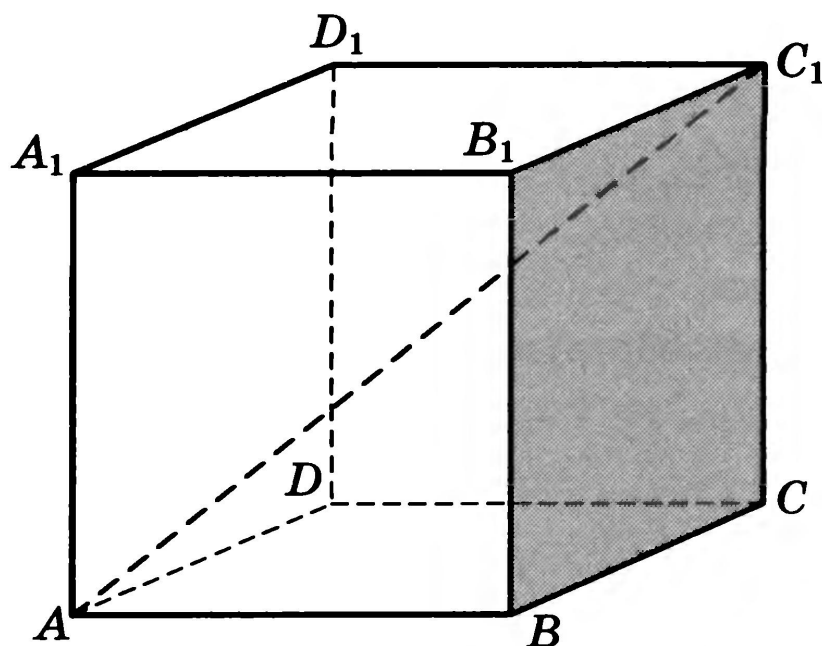
## Часть 2

Для записи решений и ответов на задания С1–С6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

С1. Решите уравнение

$$(8 \cos^2 x + 6 \cos x - 5) \cdot \log_7(-\sin x) = 0.$$

С2. В кубе  $A...D_1$  найдите угол между прямой  $AC_1$  и плоскостью  $BCC_1$ .



С3. Решите неравенство

$$\log_3((x+2)(x+4)) + \log_{\frac{1}{3}}(x+2) < \frac{1}{2} \log_{\sqrt{3}} 7.$$

**С4.** Основания трапеции равны  $a$  и  $b$ . Прямая, параллельная основаниям, разбивает трапецию на две трапеции, площади которых относятся как 2:3. Найдите длину отрезка этой прямой, заключенного внутри трапеции.

**С5.** Найдите наибольшее целое значение  $a$ , при котором уравнение

$$3x^2 - 12x + 3a + 9 = \\ = 4 \sin \frac{4x - x^2 - a - 3}{2} \cdot \cos \frac{x^2 - 2x - a - 1}{2}$$

имеет ровно два различных решения.

**С6.** Можно ли привести пример пяти различных натуральных чисел, произведение которых равно 672 и

а) пять;

б) четыре;

в) три

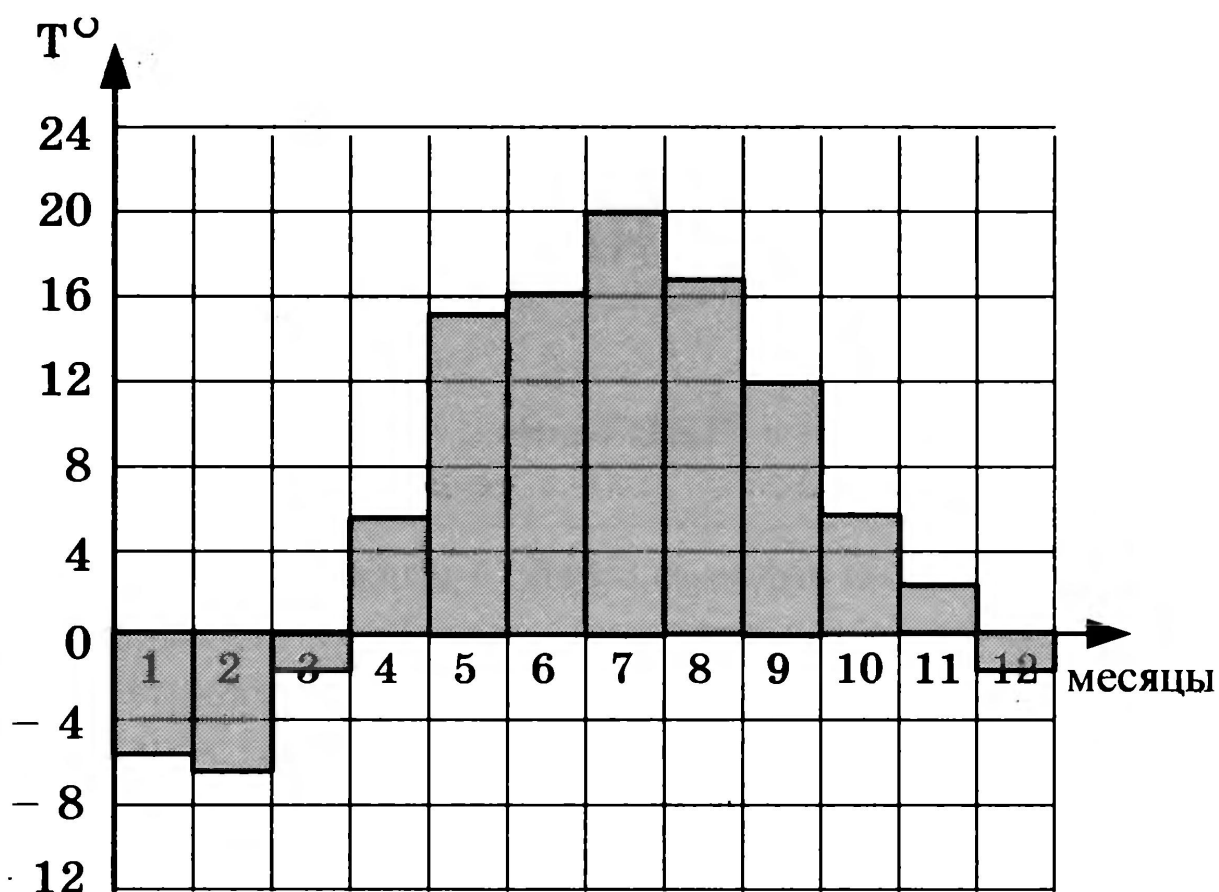
из них образуют геометрическую прогрессию?

# ТРЕНИРОВОЧНАЯ РАБОТА 10

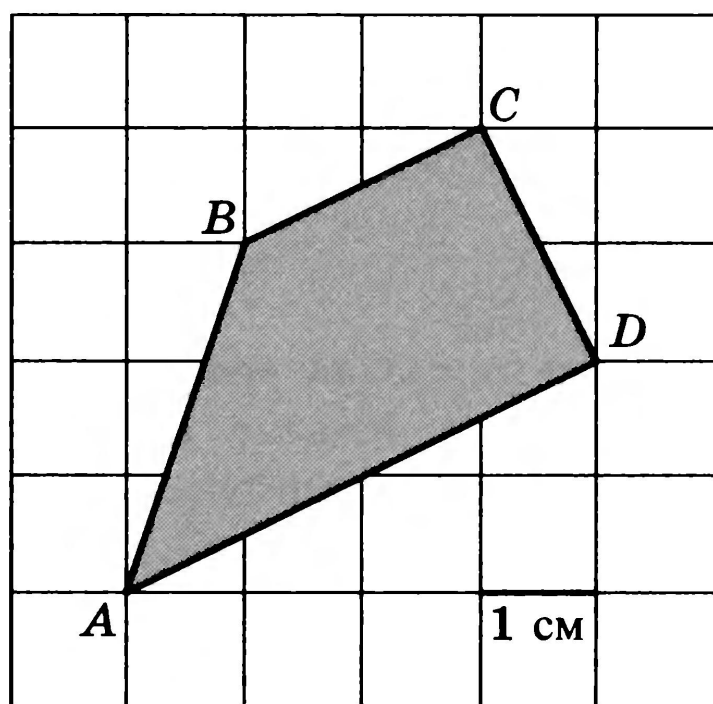
## Часть 1

Ответом на задания В1–В14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

- В1.** На день рождения полагается дарить букет из нечетного числа цветов. Тюльпаны стоят 30 рублей за штуку. У Вани есть 500 рублей. Из какого наибольшего нечетного числа тюльпанов он может купить букет Маше на день рождения?
- В2.** На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Минске за каждый месяц 2003 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме, на сколько градусов Цельсия июль в среднем был теплее, чем июнь. Ответ дайте в градусах Цельсия.



**В3.** Найдите площадь трапеции  $ABCD$ . Размер каждой клетки  $1\text{ см} \times 1\text{ см}$ . Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



**В4.** Двое решают, как им обойдется дешевле доехать из Москвы в Санкт-Петербург — на поезде или в автомобиле. Билет на поезд стоит 540 рублей на одного человека. Автомобиль расходует 6 литров бензина на 100 километров пути, расстояние по шоссе равно 700 километрам, а цена бензина равна 18 рублям за литр. Сколько рублей придется заплатить за наиболее дешевую поездку на двоих?

**В5.** Найдите корень уравнения

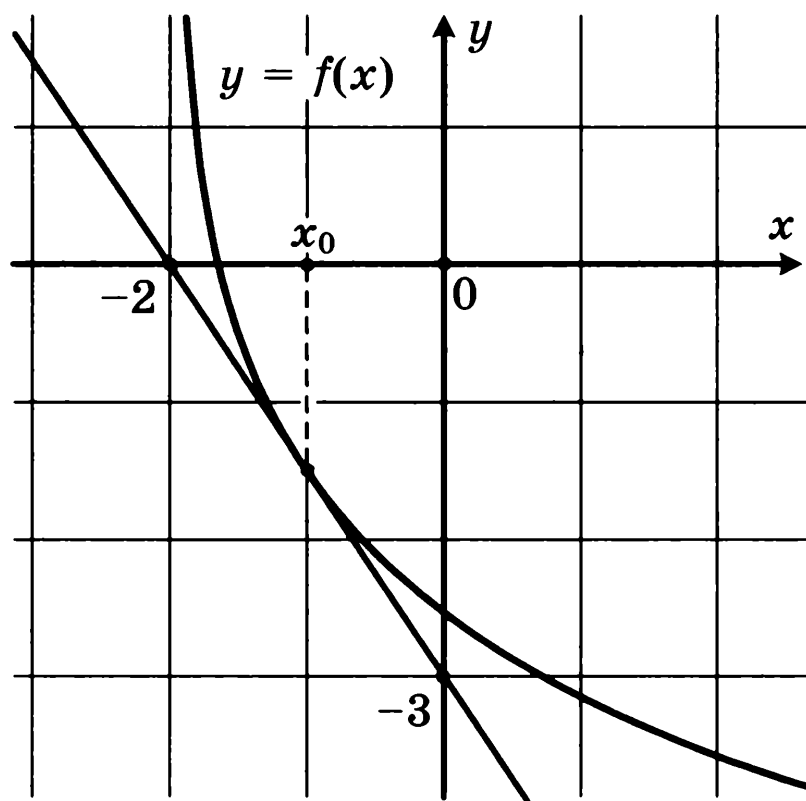
$$\log_5(x - 4) = 2.$$

**В6.** В треугольнике  $ABC$   $AD$  — биссектриса, угол  $C$  равен  $21^\circ$ , угол  $CAD$  равен  $30^\circ$ . Найдите угол  $B$ . Ответ дайте в градусах.

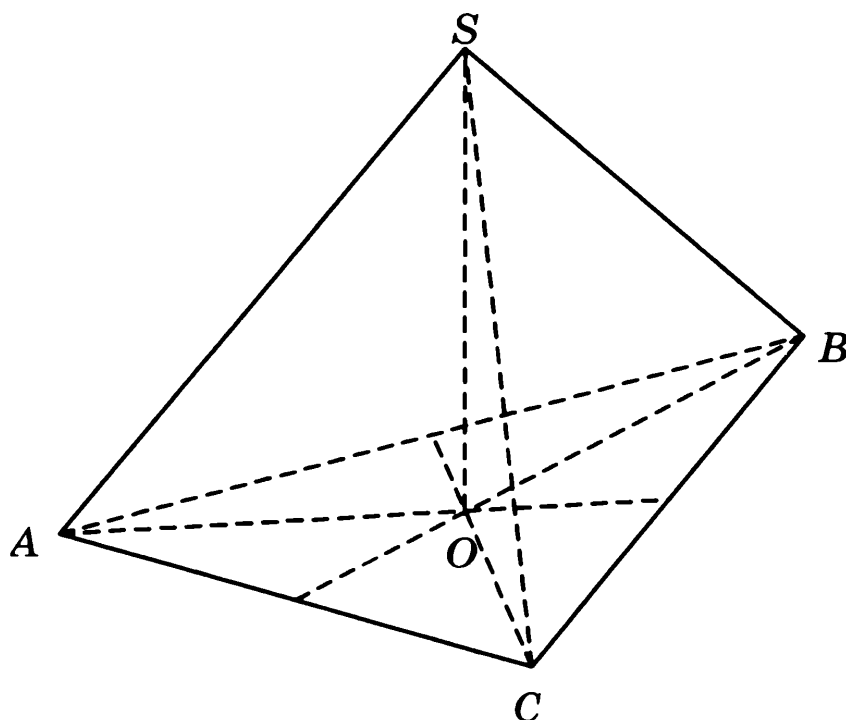
**В7.** Вычислите значение выражения

$$\log_4 \log_8 \sqrt[16]{4\sqrt{8}}.$$

**В8.** На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$  и касательная к этому графику, проведенная в точке с абсциссой  $-1$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0 = -1$ .



- В9.** В правильной треугольной пирамиде  $SABC$  медианы основания пересекаются в точке  $O$ . Площадь треугольника  $ABC$  равна 16, объем пирамиды равен 80. Найдите длину отрезка  $OS$ .



**В10.** Валя выбирает трехзначное число. Найдите вероятность того, что оно делится на 51.

**В11.** Объем данного правильного тетраэдра равен  $128 \text{ см}^3$ . Найдите объем правильного тетраэдра, ребро которого в 4 раза меньше ребра данного тетраэдра. Ответ дайте в  $\text{см}^3$ .

**В12.** В электросеть включён предохранитель, рассчитанный на силу тока 20 А. Определите, какое минимальное сопротивление должно быть у электроприбора, подключаемого к розетке в 220 вольт, чтобы сеть продолжала работать. Сила тока в цепи  $I$  связана с напряжением  $U$  соотношением  $I = \frac{U}{R}$ , где  $R$  — сопротивление электроприбора. (Ответ выразите в омах.)

**В13.** Половину времени, затраченного на дорогу, автомобиль ехал со скоростью 60 км/ч, а вторую половину времени — со скоростью 46 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.

**В14.** Найдите наибольшее значение функции

$$y = 3 \operatorname{tg} x - 3x + 5$$

на отрезке  $\left[-\frac{\pi}{4}; 0\right]$ .

## Часть 2

Для записи решений и ответов на задания С1–С6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

**С1.** Решите уравнение  $\cos 4x - \cos 2x = 0$ . Укажите корни, принадлежащие отрезку  $[\frac{\pi}{2}; 2\pi]$ .

**С2.** Основание прямой четырехугольной призмы  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  — прямоугольник  $ABCD$ , в котором  $AB = 12$ ,  $AD = \sqrt{31}$ . Найдите косинус угла между плоскостью основания призмы и плоскостью, проходящей через середину ребра  $AD$  перпендикулярно прямой  $BD_1$ , если расстояние между прямыми  $AC$  и  $B_1 D_1$  равно 5.

**С3.** Решите неравенство

$$\log_{x+2} (36 + 16x - x^2) - \frac{1}{16} \log_{x+2}^2 (x - 18)^2 \geq 2.$$

**С4.** Около треугольника  $ABC$  описана окружность с центром  $O$ , угол  $AOC$  равен  $60^\circ$ . В треугольник  $ABC$  вписана окружность с центром  $M$ . Найдите угол  $AMC$ .



**С5.** Найдите все **положительные** значения  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} a^{2x-y-1} = x + 3y - 7, \\ 4y - x = 6 \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

**С6.** Решите в целых числах уравнение

$$1 + 2^k + 2^{2k+1} = n^2.$$

# ОТВЕТЫ

## Тренировочная работа 1

| В1 | В2    | В3  | В4   | В5  | В6 | В7 |
|----|-------|-----|------|-----|----|----|
| 15 | 11800 | 7,5 | 1547 | -11 | 6  | 14 |

| В8  | В9 | В10  | В11 | В12 | В13 | В14 |
|-----|----|------|-----|-----|-----|-----|
| 0,6 | 8  | 0,25 | 8   | 12  | 10  | 181 |

|    |   |
|----|---|
| С1 | $2\pi k, \frac{3\pi}{4} + 2\pi k, \frac{5\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$ . Отрезку принадлежат корни $\frac{11\pi}{4}; \frac{13\pi}{4}$ |
| С2 | 1,2   |
| С3 | $[5; +\infty)$  |
| С4 | $45^\circ$ или $135^\circ$  |
| С5 | $(0;1) \cup (1; \sqrt[162]{10})$  |
| С6 | а) нет, б) нет, в) да.  |

## Тренировочная работа 2

| <b>B1</b> | <b>B2</b> | <b>B3</b> | <b>B4</b> | <b>B5</b> | <b>B6</b> | <b>B7</b> |
|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| 58        | 4         | 28        | 1020      | 42        | 0,6       | 7         |

| <b>B8</b> | <b>B9</b> | <b>B10</b> | <b>B11</b> | <b>B12</b> | <b>B13</b> | <b>B14</b> |
|-----------|-----------|------------|------------|------------|------------|------------|
| 4         | 5         | 0,2        | 4          | 37,5       | 3          | 21         |

|           |  |
|-----------|--|
| <b>C1</b> | $-\frac{\pi}{4} + \pi k, \operatorname{arctg} \frac{3}{7} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$ . Отрезку принадлежат корни $\frac{7\pi}{4}, \operatorname{arctg} \frac{3}{7} + 2\pi$ |
| <b>C2</b> | $\frac{\sqrt{5}}{5}$   |
| <b>C3</b> | $1 - \sqrt{2} < x < \frac{2}{3}, 1 < x < 1 + \sqrt{2}$   |
| <b>C4</b> | 28 или $2\sqrt{181}$   |
| <b>C5</b> | $-3; 5\sqrt{2} - 8; 2 - 5\sqrt{2}$   |
| <b>C6</b> | 11   |

## Тренировочная работа 3

| <b>B1</b> | <b>B2</b> | <b>B3</b> | <b>B4</b> | <b>B5</b> | <b>B6</b> | <b>B7</b> |
|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| 9         | 4         | 2         | 208800    | −8        | 1         | 9         |

| <b>B8</b> | <b>B9</b> | <b>B10</b> | <b>B11</b> | <b>B12</b> | <b>B13</b> | <b>B14</b> |
|-----------|-----------|------------|------------|------------|------------|------------|
| 0         | 6         | 0,1        | 4          | 500        | 60         | −3         |

|           |   |
|-----------|---|
| <b>C1</b> | $n\pi; -\frac{2\pi}{3} + 2n\pi, n \in \mathbb{Z}$ |
| <b>C2</b> | $\frac{\sqrt{3}}{3}$                              |
| <b>C3</b> | 6   |
| <b>C4</b> | $\sqrt{35} \pm \sqrt{15}$                         |
| <b>C5</b> | $-24 < a < 18$                                    |
| <b>C6</b> | а) нет, б) нет, в) да                             |

## Тренировочная работа 4

| <b>B1</b> | <b>B2</b> | <b>B3</b> | <b>B4</b> | <b>B5</b> | <b>B6</b> | <b>B7</b> |
|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| 12        | 4         | 6         | 1330      | 8         | 2,4       | 15        |

| <b>B8</b> | <b>B9</b> | <b>B10</b> | <b>B11</b> | <b>B12</b> | <b>B13</b> | <b>B14</b> |
|-----------|-----------|------------|------------|------------|------------|------------|
| 2         | 15        | 0,5        | 18         | 11         | 53         | −3         |

|           |   |
|-----------|---|
| <b>C1</b> | $(2n + 1)\pi, n \in \mathbb{Z}$   |
| <b>C2</b> | $\frac{1}{4}$   |
| <b>C3</b> | $[-7; -6); (0; 1)$  |
| <b>C4</b> | $\frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3} + 1}, \frac{2a}{\sqrt{3} + 1}$ или $\frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3} - 1}, \frac{2a}{\sqrt{3} - 1}$ |
| <b>C5</b> | $a = e^{-\frac{1}{e}}$ или $a > 1$  |
| <b>C6</b> | $m = n = k = 2$   |

## Тренировочная работа 5

| <b>B1</b> | <b>B2</b> | <b>B3</b> | <b>B4</b> | <b>B5</b> | <b>B6</b> | <b>B7</b> |
|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| 11        | 3         | 9         | 2,5       | 4         | 4         | 40        |

| <b>B8</b> | <b>B9</b> | <b>B10</b> | <b>B11</b> | <b>B12</b> | <b>B13</b> | <b>B14</b> |
|-----------|-----------|------------|------------|------------|------------|------------|
| 2         | 24        | 0,5        | 8          | 30         | 192        | -1         |

|           |   |
|-----------|---|
| <b>C1</b> | $\frac{\pi}{4} + \pi k, -\operatorname{arctg} 3 + \pi k$ , где $k \in \mathbb{Z}$ . Отрезку принадлежат корни $2\pi - \operatorname{arctg} 3; \frac{9\pi}{4}$ |
| <b>C2</b> | 3 или $\frac{21}{17}$   |
| <b>C3</b> | $(-2; -1] \cup (1; 2)$  |
| <b>C4</b> | $8\sqrt{3}$ или 24  |
| <b>C5</b> | $(-1; 0) \cup (0; 1)$   |
| <b>C6</b> | 2500 или 400  |

## Тренировочная работа 6

| <b>B1</b> | <b>B2</b> | <b>B3</b> | <b>B4</b> | <b>B5</b> | <b>B6</b> | <b>B7</b> |
|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| 7         | 30        | 5         | 6740      | 2         | 0,4       | 21        |

| <b>B8</b> | <b>B9</b> | <b>B10</b> | <b>B11</b> | <b>B12</b> | <b>B13</b> | <b>B14</b> |
|-----------|-----------|------------|------------|------------|------------|------------|
| 0,5       | 4         | 0,98       | 54         | 13,75      | 21         | 9          |

|           |  |
|-----------|--|
| <b>C1</b> | $\frac{\pi}{4} + \pi k, -\operatorname{arctg} 4 + \pi k, k \in \mathbb{Z}$ . Отрезку принадлежат корни $-\frac{3\pi}{4}, -\operatorname{arctg} 4, \frac{\pi}{4}$ . |
| <b>C2</b> | $\frac{\sqrt{2}}{4}$   |
| <b>C3</b> | $[2; +\infty)$   |
| <b>C4</b> | $\sqrt{a^2 - (R - r)^2}$ или $\sqrt{a^2 - (R + r)^2}$  |
| <b>C5</b> | $(0; 1)$   |
| <b>C6</b> | Да   |

## Тренировочная работа 7

| <b>В1</b> | <b>В2</b> | <b>В3</b> | <b>В4</b> | <b>В5</b> | <b>В6</b> | <b>В7</b> |
|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| 6840      | 16        | 7,5       | 1110      | 55        | 0,8       | 20        |

| <b>В8</b> | <b>В9</b> | <b>В10</b> | <b>В11</b> | <b>В12</b> | <b>В13</b> | <b>В14</b> |
|-----------|-----------|------------|------------|------------|------------|------------|
| 4         | 126       | 0,04       | 12         | 14         | 4          | 20         |

|           |  |
|-----------|--|
| <b>С1</b> | $\left\{ \left( (-1)^n \frac{\pi}{4} + \pi n; \frac{\pi}{2} + \pi k \right) \mid n, k \in \mathbb{Z} \right\}$ |
| <b>С2</b> | 2 или 14   |
| <b>С3</b> | $(-\sqrt{2}; -1); (1; \sqrt{2})$   |
| <b>С4</b> | 45°, 75°, 60° или 135°, 15°, 30° или 120°, 15°, 45° или 105°, 30°, 45°   |
| <b>С5</b> | $1 < a < e^{\frac{1}{e}}$ или $-e^{\frac{1}{e}} < a < -1$  |
| <b>С6</b> | а) нет, б) да (225, 3375, 225), в) 479.  |



## Тренировочная работа 8

| <b>B1</b> | <b>B2</b> | <b>B3</b> | <b>B4</b> | <b>B5</b> | <b>B6</b> | <b>B7</b> |
|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| 190       | 1740000   | 8         | 2,25      | −20       | 0,5       | 0,75      |

| <b>B8</b> | <b>B9</b> | <b>B10</b> | <b>B11</b> | <b>B12</b> | <b>B13</b> | <b>B14</b> |
|-----------|-----------|------------|------------|------------|------------|------------|
| 0,25      | 16        | 0,4        | 6          | 40         | 140        | 80         |

|           |   |
|-----------|---|
| <b>C1</b> | $\frac{\pi}{4} + n\pi; \quad -\frac{2\pi}{3} + 2n\pi, \quad n \in \mathbb{Z}$ |
| <b>C2</b> | 14  |
| <b>C3</b> | 5   |
| <b>C4</b> | $\frac{1}{2}$ или $\frac{162}{299}$ .   |
| <b>C5</b> | $-2 < a \leq 0$   |
| <b>C6</b> | 24  |

## Тренировочная работа 9

| <b>B1</b> | <b>B2</b> | <b>B3</b> | <b>B4</b> | <b>B5</b> | <b>B6</b> | <b>B7</b> |
|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| 7         | 6         | 8         | 1260      | 5         | 60        | 2         |

| <b>B8</b> | <b>B9</b> | <b>B10</b> | <b>B11</b> | <b>B12</b> | <b>B13</b> | <b>B14</b> |
|-----------|-----------|------------|------------|------------|------------|------------|
| 9         | 32        | 0,8        | 192        | 400        | −2         | −5         |

|           |  |
|-----------|--|
| <b>C1</b> | $-\frac{\pi}{2} + 2\pi n; -\frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$ |
| <b>C2</b> | $\operatorname{arctg} \frac{\sqrt{2}}{2}$                            |
| <b>C3</b> | $-2 < x < 3$   |
| <b>C4</b> | $\sqrt{\frac{3a^2 + 2b^2}{5}}$ или $\sqrt{\frac{2a^2 + 3b^2}{5}}$    |
| <b>C5</b> | 0  |
| <b>C6</b> | а) нет, б) нет, в) да.   |

## Тренировочная работа 10

| <b>B1</b> | <b>B2</b> | <b>B3</b> | <b>B4</b> | <b>B5</b> | <b>B6</b> | <b>B7</b> |
|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| 15        | 4         | 7,5       | 756       | 29        | 99        | −3        |

| <b>B8</b> | <b>B9</b> | <b>B10</b> | <b>B11</b> | <b>B12</b> | <b>B13</b> | <b>B14</b> |
|-----------|-----------|------------|------------|------------|------------|------------|
| −1,5      | 15        | 0,02       | 2          | 1200       | 53         | 5          |

|           |   |
|-----------|---|
| <b>C1</b> | $\frac{\pi k}{3}, k \in \mathbb{Z}$ . Отрезку принадлежат корни $\frac{2\pi}{3}, \pi, \frac{4\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}, 2\pi$ |
| <b>C2</b> | $\frac{\sqrt{2}}{4}$  |
| <b>C3</b> | 7,5   |
| <b>C4</b> | 165° или 105°   |
| <b>C5</b> | $1 < a < e^{\frac{1}{e}}$   |
| <b>C6</b> | $k = 0; n = \pm 2$ или $k = 4; n = \pm 23$  |

# РЕШЕНИЕ ЗАДАНИЙ

## Тренировочная работа 6

### Часть С

С1. Решите уравнение

$$\frac{1}{\cos^2 x} + 3 \operatorname{tg} x - 5 = 0.$$

Укажите корни, принадлежащие отрезку  $[-\pi; \frac{\pi}{2}]$ .

**Решение.**

Запишем уравнение иначе:

$$(\operatorname{tg}^2 x + 1) + 3 \operatorname{tg} x - 5 = 0;$$

$$\operatorname{tg}^2 x + 3 \operatorname{tg} x - 4 = 0;$$

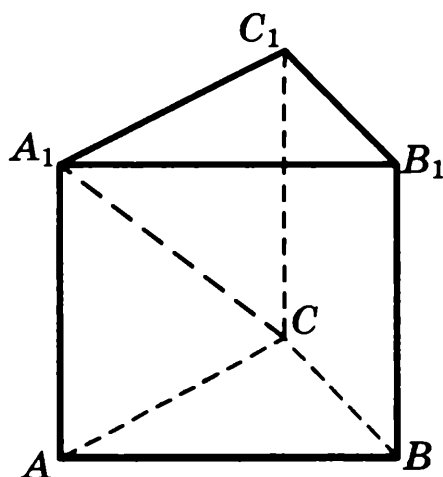
$$\operatorname{tg} x = 1 \text{ или } \operatorname{tg} x = -4.$$

Следовательно,  $x = \frac{\pi}{4} + \pi k$  или  $x = -\operatorname{arctg} 4 + \pi k$ .

Отрезку  $[-\pi; \frac{\pi}{2}]$  принадлежат корни  $-\frac{3\pi}{4}, -\operatorname{arctg} 4, \frac{\pi}{4}$ .

**Ответ:**  $-\frac{3\pi}{4}, -\operatorname{arctg} 4, \frac{\pi}{4}$ .

**С2.** В правильной треугольной призме  $ABCA_1B_1C_1$ , все ребра которой равны 1, найдите косинус угла между прямыми  $AB$  и  $A_1C$ .



**Решение:**

Поскольку  $A_1B_1 \parallel AB$ , искомый угол равен углу  $B_1A_1C$ . Из теоремы косинусов для треугольника  $B_1A_1C$  получим

$$\cos \angle B_1A_1C = \frac{A_1C^2 + A_1B_1^2 - B_1C^2}{2A_1C \cdot A_1B_1}.$$

Но  $A_1C = B_1C = \sqrt{2}$ , поэтому

$$\cos \angle B_1A_1C = \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4}.$$

**Ответ.**  $\frac{\sqrt{2}}{4}$ .

**С3.** Решите систему неравенств

$$\begin{cases} 7^{x-1} + 7^x + 7^{x+1} > 171, \\ \log_3 \frac{1}{x} + \log_3 (x^2 + 3x - 9) \leq \log_3 \left( x^2 + 3x + \frac{1}{x} - 10 \right). \end{cases}$$

### Решение.

Из первого неравенства получаем:

$$7^{x-1} (1 + 7 + 49) > 171; \quad 7^{x-1} > 3;$$

$$x - 1 > \log_7 3; \quad x > 1 + \log_7 3.$$

Решим второе неравенство. Сделаем замену  $a = \frac{1}{x}$ ,  $b = x^2 + 3x - 9$ . Неравенство принимает вид

$$\log_3 a + \log_3 b \leq \log_3 (a + b - 1);$$

$$\begin{cases} \log_3 ab \leq \log_3 (a + b - 1), \\ a > 0; \end{cases} \quad \begin{cases} ab \leq a + b - 1, \\ a > 0, \\ b > 0. \end{cases}$$

В первом из полученных неравенств перенесем все члены в левую часть и разложим ее на множители:  $(a - 1)(b - 1) \leq 0$ .

Сделаем обратную замену:

$$\begin{cases} \left( \frac{1}{x} - 1 \right) (x^2 + 3x - 10) \leq 0, \\ \frac{1}{x} > 0, \\ x^2 + 3x - 9 > 0; \\ b > 0 \end{cases} \quad \begin{cases} (x - 1)(x^2 + 3x - 10) \geq 0, \\ x > 0, \\ x^2 + 3x - 9 > 0; \end{cases}$$

Из неравенства  $x > 1 + \log_7 3$  следует, что  $x > 1$ .

Учитывая это, перейдем к системе

$$\begin{cases} x^2 + 3x - 10 \geq 0, \\ x^2 + 3x - 9 > 0. \end{cases}$$

Второе неравенство можно отбросить, поскольку оно выполняется, если выполняется первое. Получаем:

$$x^2 + 3x - 10 \geq 0.$$

Решение:  $x \leq -5$  или  $x \geq 2$ .

Учитывая условие  $x > 1 + \log_7 3$ , получаем:  $x \geq 2$ .

Ответ:  $[2; +\infty)$ .

- С4. Прямая касается окружностей радиусов  $R$  и  $r$  в точках  $A$  и  $B$ . Известно, что расстояние между центрами равно  $a$ , причем  $r < R$  и  $r + R < a$ . Найдите  $AB$ .

Решение:

Пусть  $O_1$  — центр окружности радиуса  $R$ ,  $O_2$  — центр окружности радиуса  $r$ ,  $A$  и  $B$  соответственно — точки касания окружностей с их общей внешней касательной,  $C$  и  $D$  соответственно — с внутренней,  $P$  — основание перпендикуляра, опущенного из  $O_2$  на  $O_1A$  (рис. 1).

Из прямоугольного треугольника  $O_1O_2P$  найдем, что

$$O_2P = \sqrt{O_1O_2^2 - O_1P^2} = \sqrt{a^2 - (R - r)^2},$$

а т.к.  $AP O_2 B$  — прямоугольник, то

$$AB = O_2P = \sqrt{a^2 - (R - r)^2}.$$

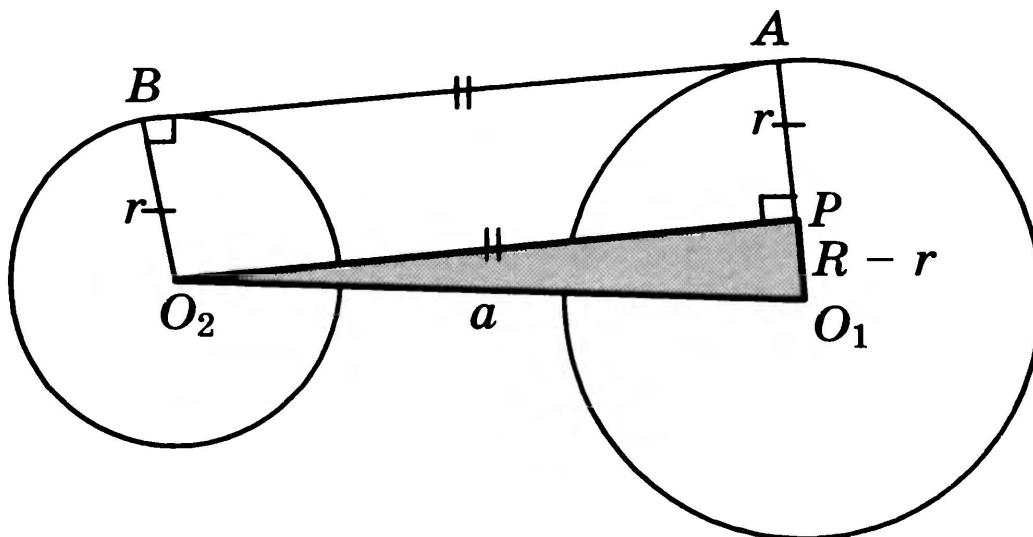


Рис. 1

Пусть  $Q$  — основание перпендикуляра, опущенного из  $O_1$  на продолжение радиуса  $O_2D$  (рис. 2). Тогда

$$O_1Q = \sqrt{O_1O_2^2 - O_2Q^2} = \sqrt{a^2 - (R + r)^2},$$

а т.к.  $DQO_1C$  — прямоугольник, то

$$CD = O_1Q = \sqrt{a^2 - (R + r)^2}.$$

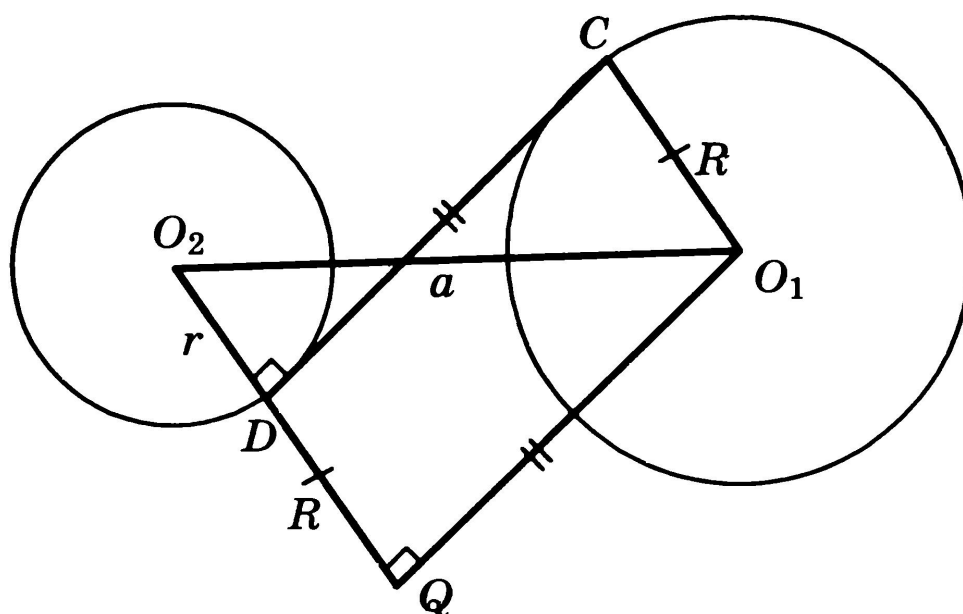


Рис. 2

**Ответ:**  $\sqrt{a^2 - (R - r)^2}$  или  $\sqrt{a^2 - (R + r)^2}$ .



**С5.** Найдите все значения параметра  $a$ , при которых система

$$\begin{cases} \log_a y = (x^2 - 2x)^2, \\ x^2 + y = 2x \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

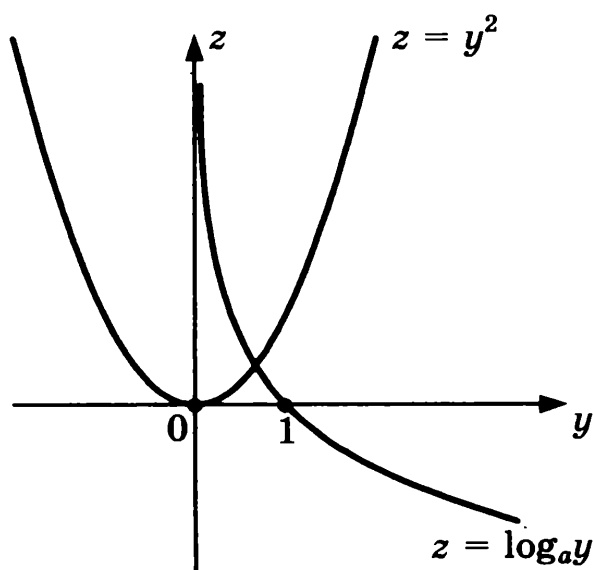
**Решение:**

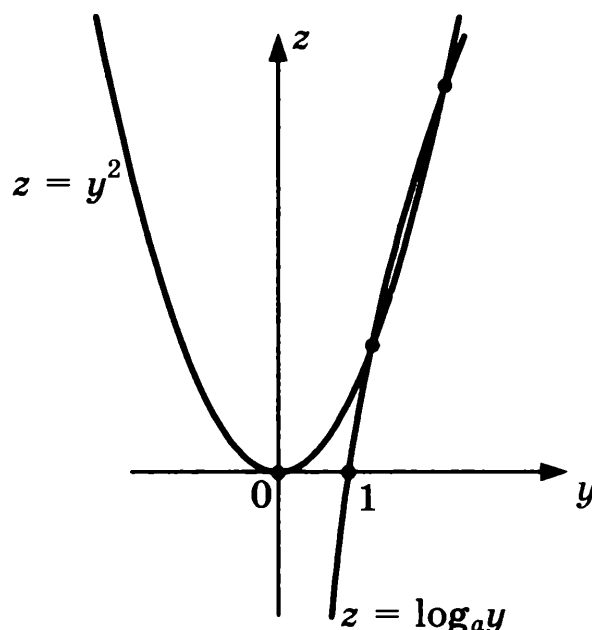
Из второго уравнения находим:  $y = 2x - x^2$ .

Первое уравнение принимает вид  $\log_a y = y^2$ .

1. Пусть  $0 < a < 1$ . На рисунке 1 видно, что в этом случае уравнение  $\log_a y = y^2$  имеет единственное решение  $y_0 < 1$ .

Запишем второе уравнение в виде  $x^2 - 2x + y_0 = 0$ . Его дискриминант равен  $4 - 4y_0$ , и он положителен, поскольку  $y_0 < 1$ . Уравнение имеет два различных корня  $x_1$  и  $x_2$ . Значит, в этом случае система имеет ровно два решения  $(x_1; y_0)$  и  $(x_2; y_0)$ .





2. Пусть теперь  $a > 1$ . На рис. 2 видно, что в этом случае уравнение  $\log_a y = y^2$  если и имеет корни, то только большие единицы:  $y_0 > 1$ . Но тогда дискриминант уравнения  $x^2 - 2x + y_0 = 0$  отрицателен. Решений нет.

**Ответ:**  $0 < a < 1$ .

**С6.** Найдутся ли хотя бы три десятизначных числа, делящихся на 11, в записи каждого из которых использованы все цифры от 0 до 9?

**Решение:**

Число делится на 11 тогда и только тогда, когда разность между суммами его цифр, стоящих на нечётных и на чётных местах, делится на 11.


Запишем все цифры подряд: 9876543210. В написанном числе указанная разность сумм равна 5. Меняя местами, например, 5 и 8, мы одну сумму увеличиваем на 3, а другую уменьшаем на 3. Значит, разность между сум-

мами его цифр, стоящих на нечётных и на чётных местах, становится равной 11. Меняя местами, например, 4 и 7, или 3 и 6, получаем требуемые примеры.

*Примечание.* В задаче не требуется нахождение всех чисел, обладающих указанным свойством.

**Ответ:** Да.



|  |              |  |                |
|--|--------------|--|----------------|
| ▶ Единый государственный экзамен   |              |  |                |
| ▶ <b>Бланк</b><br><b>ответов № 2</b>   |              |  |                |
| Регион   | Код предмета | Название предмета  | Номер варианта |
| Перепишите значения указанных выше полей из БЛАНКА РЕГИСТРАЦИИ.<br>Отвечая на задания теста, пишите аккуратно и разборчиво, соблюдая разметку страницы.<br>Не забудьте указать номер задания, на которое Вы отвечаете, например, С1.<br>Условия задания переписывать не нужно. |              |  |                |
| <b>ВНИМАНИЕ!</b> Данный бланк использовать только совместно с двумя другими бланками из данного пакета   |              |  |                |
| <div style="border: 1px solid black; height: 500px; width: 100%;"></div>   |              |  |                |

При недостатке места для ответа используйте обратную сторону бланка

*Справочное издание*

**Высоцкий И.Р., Захаров П.И., Панферов В.С.,  
Посицельский С.Е., Семенов А.В., Семенов А.Л.,  
Семенова М.А., Сергеев И.Н., Смирнов В.А., Шестаков С.А.,  
Шноль Д.Э., Ященко И.В.**

# **ЕГЭ МАТЕМАТИКА ТИПОВЫЕ ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ**

**Издательство «ЭКЗАМЕН»**

Гигиенический сертификат  
№ РОСС RU. АЕ51. Н 15295 от 13.04.2011 г.

Главный редактор *Л.Д. Лаппо*

Редактор *И.М. Бокова*

Технический редактор *Т.В. Фатюхина*

Корректор *Л.К. Корнилова*

Дизайн обложки *Л.В. Демьянова*

Компьютерная верстка *М.В. Дерендяева*

105066, Москва, ул. Нижняя Красносельская, д. 35, стр. 1.

[www.examen.biz](http://www.examen.biz)

E-mail: по общим вопросам: [info@examen.biz](mailto:info@examen.biz);

по вопросам реализации: [sale@examen.biz](mailto:sale@examen.biz)

тел./факс 641-00-30 (многоканальный)

Общероссийский классификатор продукции

ОК 005-93, том 2; 953005 — книги, брошюры, литература учебная

Отпечатано в соответствии с предоставленными материалами  
в ЗАО «ИПК Парето-Принт», г. Тверь, [www.pareto-print.ru](http://www.pareto-print.ru)

Качество печати соответствует

качеству предоставленных диапозитивов

**По вопросам реализации обращаться по тел.:**

**641-00-30 (многоканальный).**