

ПОДГОТОВКА

Библиотека
СтатГрад



ГИА 9 2013

ДИАГНОСТИЧЕСКИЕ РАБОТЫ

Выпуск 3

МАТЕМАТИКА

МАТЕМАТИКА

РУССКИЙ ЯЗЫК

ОБЩЕСТВОЗНАНИЕ

ИСТОРИЯ

ЛИТЕРАТУРА

БИОЛОГИЯ

ХИМИЯ

ФИЗИКА

ГЕОГРАФИЯ

ИНФОРМАТИКА

РАЗРАБОТАНО МИОО

ФГОС

Центр дистанционных технологий мониторинга
образовательной деятельности

Математика

Подготовка к ГИА 9 в 2013 году

Диагностические работы

Библиотечка СтатГрад

Издание соответствует Федеральному государственному
образовательному стандарту (ФГОС)

Москва
Издательство МЦНМО
2013

УДК 373:51
ББК 22.1я72
М34

Составители:

И. Р. Высоцкий, Л. О. Рослова, И. В. Яценко

В сборнике использованы задания открытого банка математических задач, разработанных под руководством А. Л. Семенова и И. В. Яценко при участии:

Е. А. Бунимович, И. Р. Высоцкий, Д. Д. Гушин, П. И. Захаров,
Л. В. Кузнецова, М. А. Посицельская, С. Е. Посицельский,
Л. О. Рослова, А. В. Семенов, В. А. Смирнов, С. Б. Суворова,
А. С. Трепалин, С. А. Шестаков, Д. Э Шноль, И. В Яценко

М34 Математика. Подготовка к ГИА 9 в 2013 году. Диагностические работы. — М.: МЦНМО, 2013. — 112 с.

ISBN 978-5-4439-0412-2

Пособие содержит десять вариантов работ по математике для подготовки выпускников 9 класса к государственной итоговой аттестации (в новой форме) в 2013 году. В пособии даны критерии оценивания заданий. Авторы книги являются разработчиками тренировочных и диагностических работ для системы СтатГрад МИОО (<http://statgrad.mioo.ru>).

Издание соответствует Федеральному государственному общеобразовательному стандарту (ФГОС).

ББК 22.1я72

Приказом № 729 Министерства образования и науки Российской Федерации Московский центр непрерывного математического образования включен в перечень организаций, осуществляющих издание учебных пособий, допущенных к использованию в образовательном процессе.

Оригинал-макет издания подготовлен в Центре дистанционных технологий мониторинга образовательной деятельности (statgrad@mioo.ru).

Подписано в печать 27.06.2012 г. Формат 60 × 90 ¹/₁₆. Бумага офсетная.
Печать офсетная. Печ. л. 7. Тираж 3000 экз. Заказ № .

Издательство Московского центра
непрерывного математического образования.
119002, Москва, Большой Власьевский пер., д. 11. Тел. (499) 241–74–83

Отпечатано с готовых диапозитивов в ООО «Принт Сервис Групп».
105187, Москва, ул. Борисовская, д. 14.

Книги издательства МЦНМО можно приобрести в магазине «Математическая книга»,
Большой Власьевский пер., д. 11. Тел. (499) 241–72–85. E-mail: biblio@mcme.ru

ISBN 978-5-4439-0412-2

© МЦНМО, МИОО, 2013.

Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из двух частей. В первой части 18 заданий, во второй – 5 заданий. На выполнение всей работы отводится 4 часа (240 минут).

Часть 1

Часть 1 включает задания с выбором одного верного ответа из четырех предложенных, задание на соотнесение и задания с кратким ответом. В варианты 1–6 входит также одно задание (задание 18), требующее графического ответа.

При выполнении заданий с выбором ответа обведите кружком номер выбранного ответа в тренировочной работе. Если Вы обвели не тот номер, то зачеркните обведённый номер крестиком и затем обведите номер правильного ответа.

Если ответы к заданию не приводятся, полученный ответ записывается в тренировочной работе в отведённом для этого месте. В случае записи неверного ответа зачеркните его и запишите рядом новый.

Ответом к заданиям 1, 9 и 15 вариантов 1–3, 10 и 15 вариантов 4–6, 7, 15 и 16 вариантов 7–8, 7 и 15 вариантов 9–10 является последовательность номеров, записанная в любом порядке без пробелов и других дополнительных символов, например 1234.

В задании на соотнесение требуется вписать в таблицу, приведённую в ответе, под каждой буквой соответствующую цифру.

В графическом задании (задания 18 вариантов 1–6) на предложенном рисунке необходимо обвести требуемый график. Делайте это ручкой.

Часть 2

Решения заданий второй части и ответы к ним записываются на отдельном листе. Текст задания можно не переписывать, необходимо лишь указать его номер.

Все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Обращаем Ваше внимание, что записи в черновике не будут учитываться при оценке работы. Если задание содержит рисунок, то на этом рисунке можно проводить дополнительные построения.

Советуем выполнять задания в том порядке, в котором они даны. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если после выполнения всей работы у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Вариант 1

Часть 1

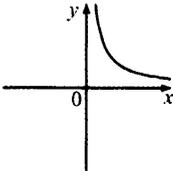
1) Запишите в ответе номера выражений, значение которых равно 0.

1) $(-1)^4 + (-1)^5$ 2) $(-1)^5 - (-1)^4$ 3) $-1^4 + (-1)^5$ 4) $-1^5 + (-1)^4$

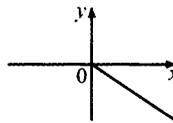
Ответ:

2) На одном из данных рисунков схематически изображена зависимость времени движения автомобиля между двумя городами от средней скорости движения. Укажите его.

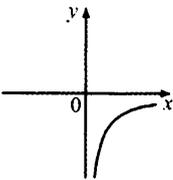
1)



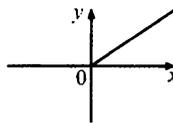
2)



3)



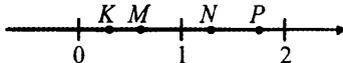
4)



3) Фирма изготавливает и продаёт бумажные пакеты с логотипом заказчика. Стоимость заказа из 100 пакетов составляет 61 р., а заказа из 300 пакетов – 123 р. На сколько процентов стоимость одного пакета при заказе 300 пакетов меньше, чем при заказе 100 пакетов? Ответ округлите до целых процентов.

Ответ:

4) Известно, что $a = \frac{7}{9}$. Одна из точек, отмеченных на координатной прямой, соответствует числу $\frac{1}{a}$. Укажите эту точку.



1) точке K

2) точке N

3) точке M

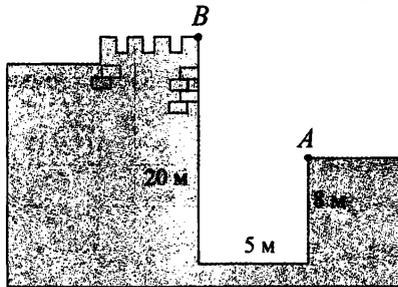
4) точке P

Вариант 1

5 | Найдите значение выражения $2\sqrt{7} \cdot 5\sqrt{2} \cdot \sqrt{14}$.

Ответ:

6 | Глубина крепостного рва равна 8 м, ширина 5 м, а высота крепостной стены от её основания 20 м. Длина лестницы, по которой можно взобраться на стену, на 2 м больше, чем расстояние AB от края рва до верхней точки стены (см. рисунок). Найдите длину лестницы.



Ответ:

7 | Спутник вращается вокруг Земли по круговой орбите на высоте h км над уровнем моря. Какое расстояние S (в км) он преодолевает за n оборотов? Выберите соответствующую формулу, считая радиус Земли равным R км.

1) $S = \pi(h + R)n$

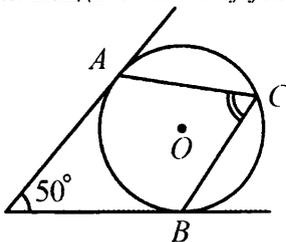
2) $S = 2\pi(h + R)$

3) $S = 2\pi Rn$

4) $S = 2\pi(h + R)n$

Вариант 1

- 8 | В угол величиной 50° вписана окружность, которая касается его сторон в точках A и B . На одной из дуг этой окружности выбрали точку C так, как показано на рисунке. Найдите величину угла ACB .



Ответ:

- 9 | Какие из следующих выражений не имеют смысла при $x = 0$?

1) $\frac{x}{x-1}$ 2) $\frac{x-1}{x}$ 3) $\frac{1}{x(x-1)}$ 4) $x(x-1)$

Ответ:

- 10 | Платёж за потребление электроэнергии осуществляется по двухтарифному счётчику, в соответствии с которым тариф зависит от времени суток. Общая сумма платежа складывается из сумм по каждому из двух тарифов.

Квитанция на оплату содержит следующую таблицу.

Тарифная зона	Показания счётчика		Расход факт.	Тариф (р.)	Сумма к оплате (р.)
	Текущее	Предыдущее			
день (Т1)	27280	26890		3,80	
ночь (Т2)	11320	11043		0,95	

Вычислите общую сумму платежа за указанный в таблице расход электроэнергии.

Ответ:

Вариант 1

- 11 В группе из 20 российских туристов несколько человек владеют иностранными языками. Из них пятеро говорят только по-английски, трое только по-французски, двое по-французски и по-английски. Какова вероятность того, что случайно выбранный турист говорит хотя бы на одном иностранном языке?

Ответ:

- 12 Дана окружность, которая задаётся уравнением $x^2 + y^2 = 25$. Для каждой из данных точек укажите соответствующее ей верное утверждение.

ТОЧКИ

УТВЕРЖДЕНИЯ

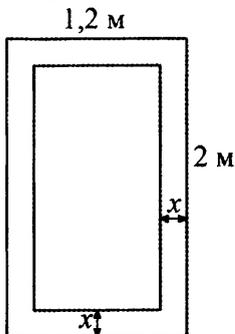
- | | |
|----------------|----------------------------------------------------------------|
| А) $A(3; 4)$ | 1) Точка лежит на данной окружности. |
| Б) $C(-1; 24)$ | 2) Точка лежит внутри круга, ограниченного данной окружностью. |
| В) $B(-1; -3)$ | 3) Точка лежит вне круга, ограниченного данной окружностью. |
| Г) $D(0; -5)$ | |

Ответ:

А	Б	В	Г
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

- 13 В комнатную дверь шириной 1,2 м и высотой 2 м вставлено стекло таким образом, что окантовка имеет одинаковую ширину. Какова ширина окантовки, если площадь стекла составляет $1,8 \text{ м}^2$?

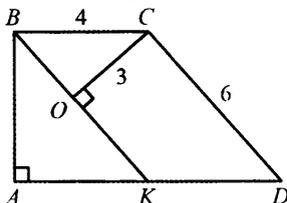
Пусть ширина окантовки равна x м. Выберите уравнение, соответствующее условию задачи.



- | | |
|-------------------------------|-------------------------------|
| 1) $2 \cdot (1,2 - 2x) = 1,8$ | 2) $1,2 \cdot (2 - 2x) = 1,8$ |
| 3) $(1,2 - x)(2 - x) = 1,8$ | 4) $(1,2 - 2x)(2 - 2x) = 1,8$ |

Вариант 1

- 14 $KBCD$ – параллелограмм со сторонами 4 и 6; AB и CO – высоты параллелограмма, $CO = 3$. Найдите длину высоты AB .



Ответ:

- 15 Укажите в ответе номера верных утверждений.

- 1) В любой четырёхугольник можно вписать окружность.
- 2) В прямоугольном треугольнике синус одного острого угла равен косинусу другого его острого угла.
- 3) У четырёхугольника, все стороны которого равны, диагонали перпендикулярны.
- 4) Площадь треугольника не превышает половины произведения двух его сторон.

Ответ:

- 16 Решите неравенство $x^2 - 8x + 7 < 0$.

Ответ:

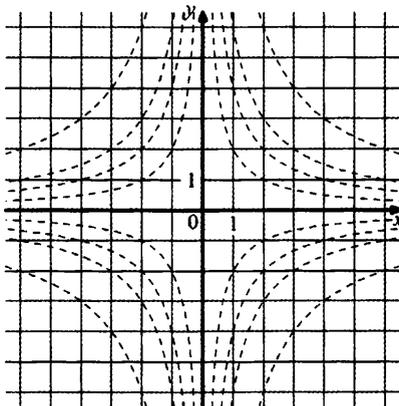
- 17 Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 9x - 2y = -1, \\ y - 3x = 2. \end{cases}$$

Ответ:

Если форма выполнения работы требует переноса ответов в бланк ответов №1, то для выполнения задания 18 возьмите бланк ответа у преподавателя.

- 18** | Обведите на рисунке график функции $y = \frac{4}{x}$.



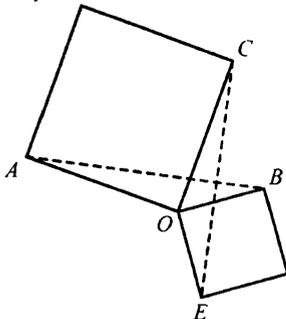
Часть 2

При выполнении заданий 19-23 используйте отдельный лист (бланк). Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение.

- 19** | Сократите дробь $\frac{(2a^2)^3 \cdot (3b)^2}{(6a^3b)^2}$.

Вариант 1

- 20** Два квадрата имеют общую вершину. Докажите, что отмеченные на рисунке отрезки AB и CE равны.



- 21** На изготовление 231 детали ученик тратит на 11 часов больше, чем мастер на изготовление 462 таких же деталей. Известно, что ученик за час делает на 4 детали меньше, чем мастер. Сколько деталей в час делает ученик?
- 22** Найдите целое число a , для которого из двух следующих утверждений верно только одно: 1) $a > -17$; 2) $a > -18$.
- 23** Найдите отношение двух сторон треугольника, если его медиана, выходящая из их общей вершины, образует с этими сторонами углы в 30° и 90° .

Вариант 2

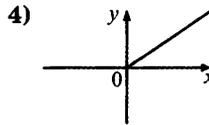
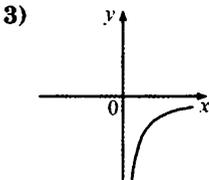
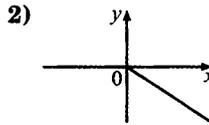
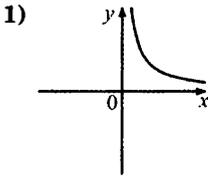
Часть 1

1 | Запишите в ответе номера выражений, значение которых равно 0.

1) $(-1)^3 - (-1)^5$ 2) $-(-1)^5 + (-1)^6$ 3) $-1^2 + ((-1)^2)^3$ 4) $(-1^5)^2 - (-1)^4$

Ответ:

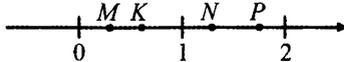
2 | На одном из рисунков схематически изображена зависимость расстояния, пройденного автомобилем, от времени движения при постоянной скорости. На каком? Укажите этот рисунок.



3 | Фирма изготавливает и продает футболки с логотипом заказчика. Стоимость заказа из 10 футболок составляет 600 р., а заказа из 30 футболок – 1170 р. На сколько процентов стоимость одной футболки при заказе 30 штук меньше, чем при заказе 10 штук?

Ответ:

4 | Известно, что $a = \frac{7}{9}$. Одна из точек, отмеченных на координатной прямой, соответствует числу a^2 . Укажите эту точку.

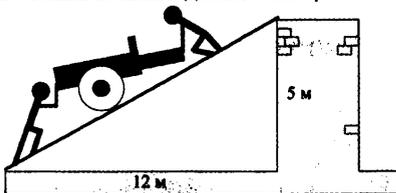


1) точке K 2) точке N 3) точке M 4) точке P

5 | Найдите значение выражения $3\sqrt{5} \cdot 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{15}$.

Ответ:

- 6 | Чтобы закатить пушку на крепостную стену высотой 5 м, соорудили аппарат (наклонный везд). Основание аппарата находится на расстоянии 12 м от стены. Какова длина аппарата?



Ответ:

- 7 | Детская карусель, установленная в парке, имеет диаметр d м. За один сеанс карусель делает n оборотов. Какое расстояние L (в метрах) проезжает ребёнок за один сеанс катания на карусели? Выберите соответствующую формулу.

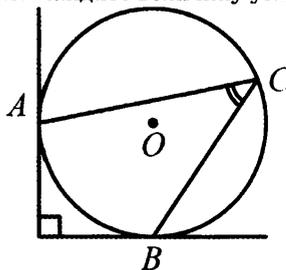
1) $\frac{\pi dn}{2}$

2) $2\pi dn$

3) $\frac{\pi d}{n}$

4) πdn

- 8 | В угол величиной 90° вписана окружность, которая касается его сторон в точках A и B . На одной из дуг этой окружности выбрали точку C так, как показано на рисунке. Найдите величину угла ACB .



Ответ:

- 9 | Какие из следующих выражений не имеют смысла при $x = -2$?

1) $\frac{x}{x+2}$

2) $\frac{x+2}{x}$

3) $\frac{1}{x(x+2)}$

4) $\sqrt{x(x+1)}$

Ответ:

- 10 Платёж за потребление электроэнергии осуществляется по двухтарифному счётчику. Тариф зависит от времени суток. Общая сумма платежа складывается из сумм по каждому из двух тарифов. Квитанция на оплату содержит следующую таблицу.

Тарифная зона	Показания счётчика		Расход факт.	Тариф (р.)	Сумма к оплате (р.)
	Текущее	Предыдущее			
день (Т1)	9632	9546		3,80	
ночь (Т2)	6231	5937		0,95	

Вычислите общую сумму платежа за указанный в таблице расход электроэнергии.

Ответ:

- 11 В группе из 20 российских туристов несколько человек владеют иностранными языками. Из них пятеро говорят только по-английски, трое только по-французски, двое по-французски и по-английски. Какова вероятность того, что случайно выбранный турист говорит по-английски?

Ответ:

- 12 Дана окружность, которая задаётся уравнением $x^2 + y^2 = 25$. Для каждой из данных точек укажите соответствующее ей верное утверждение.

ТОЧКИ

УТВЕРЖДЕНИЯ

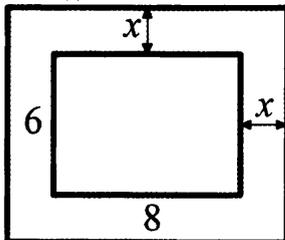
- | | |
|----------------|----------------------------------------------------------------|
| А) $A(4; 3)$ | 1) Точка лежит на данной окружности. |
| Б) $C(24; -1)$ | 2) Точка лежит внутри круга, ограниченного данной окружностью. |
| В) $B(-3; -1)$ | 3) Точка лежит вне круга, ограниченного данной окружностью. |
| Г) $D(-5; 0)$ | |

Ответ:

А	Б	В	Г
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

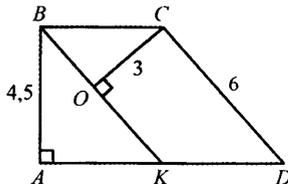
- 13 Вокруг дома, имеющего в плане форму прямоугольника со сторонами 6 м и 8 м, уложена плитка. Дорожка из плитки имеет одинаковую ширину (см. рисунок). Дом вместе с дорожкой занимает площадь, равную 80 м^2 . Какова ширина дорожки?

Пусть ширина дорожки равна x м. Выберите уравнение, соответствующее условию задачи.



- 1) $(6+x)(8+x) = 80$ 2) $6(8+2x) = 80$
 3) $8(6+2x) = 80$ 4) $(6+2x)(8+2x) = 80$

- 14 $KBCD$ – параллелограмм, AB и CO – его высоты. Известно, что $AB = 4,5$, $CO = 3$, $CD = 6$. Найдите длину стороны BC параллелограмма.



Ответ:

- 15 Укажите в ответе номера верных утверждений.

- 1) В любой треугольник можно вписать окружность.
- 2) В тупоугольном треугольнике косинус одного из углов отрицателен.
- 3) У четырехугольника, все стороны которого равны, диагонали равны.
- 4) Не существует точки, равноудаленной от трех данных точек, лежащих на одной прямой.

Ответ:

16 | Решите неравенство $x^2 - 8x < 0$.

Ответ:

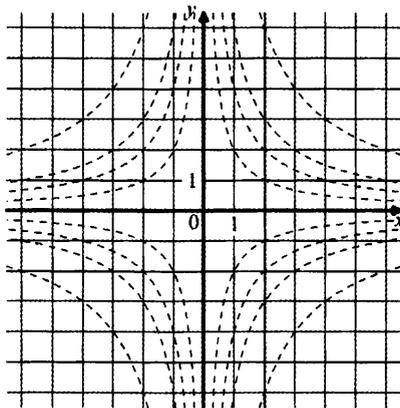
17 | Решите систему уравнений.

$$\begin{cases} 2x + 3y = 11, \\ 7y - x = 3. \end{cases}$$

Ответ:

Если форма выполнения работы требует переноса ответов в бланк ответов №1, то для выполнения задания 18 возьмите бланк ответа у преподавателя.

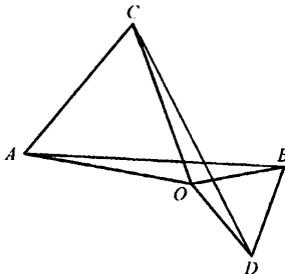
18 | Обведите на рисунке график функции $y = -\frac{2}{x}$.



При выполнении заданий 19-23 используйте отдельный лист (бланк). Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение.

19 | Сократите дробь $\frac{(3x^3)^2 \cdot (2y)^3}{(6x^3y)^2}$.

20 | Два равносторонних треугольника имеют общую вершину. Докажите, что отмеченные на рисунке отрезки AB и CD равны.



21 | Чтобы накачать в бак 117 л воды, требуется на 5 минут больше времени, чем на то, чтобы выкачать из него 96 л воды. За одну минуту можно выкачать на 3 л воды больше, чем накачать. Сколько литров воды накачивается в бак за минуту?

22 | Найдите целое число a , для которого из двух следующих утверждений верно только одно: 1) $a < 34$; 2) $a < 35$.

23 | В трапеции проведён отрезок, параллельный основаниям и делящий её на две трапеции одинаковой площади. Найдите длину этого отрезка, если основания трапеции равны $24\sqrt{2}$ см и $7\sqrt{2}$ см.

Вариант 3

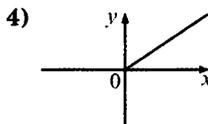
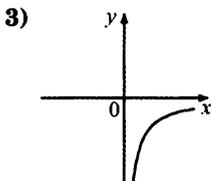
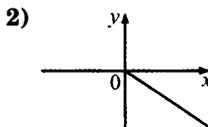
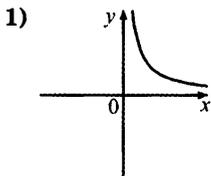
Часть 1

1 | Запишите в ответе номера выражений, значение которых равно 0.

1) $((-1)^2)^5 - 1^2$ 2) $-1^5 + (-1)^3$ 3) $-(-1)^3 + (-1)^4$ 4) $(-1)^7 + (-1)^4$

Ответ:

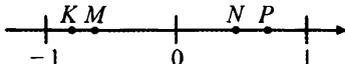
2 | На одном из данных рисунков схематически изображена зависимость средней скорости движения автомобиля между двумя городами от времени его движения. Укажите этот рисунок.



3 | Фирма изготавливает и продает бейсболки с логотипом заказчика. Стоимость заказа из 10 бейсболок составляет 400 р., а заказа из 30 бейсболок – 732 р. На сколько процентов стоимость одной бейсболки при заказе 30 штук меньше, чем при заказе 10 штук?

Ответ:

4 | Известно, что $a = -\frac{5}{6}$. Одна из точек, отмеченных на координатной прямой, соответствует числу a^3 . Укажите эту точку.



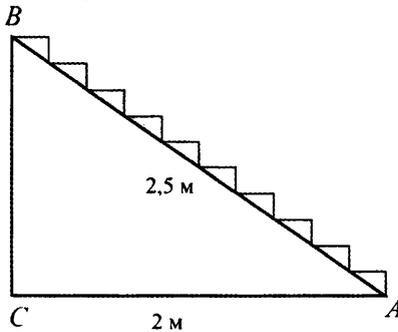
- 1) точке K 2) точке M 3) точке N 4) точке P

Вариант 3

5 | Найдите значение выражения $2\sqrt{5} \cdot 3\sqrt{7} \cdot \sqrt{35}$.

Ответ:

6 | Лестница из 10 ступенек должна соединить точки A и B (см. рисунок). Расстояние от A до B равно 2,5 м, а расстояние от A до C равно 2 м. Найдите высоту одной ступеньки. Ответ дайте в сантиметрах.



Ответ:

7 | Самое большое в мире колесо обозрения имеет диаметр 112 м. Какое расстояние S (в м) преодолевает человек, находящийся в кабине колеса, за n оборотов колеса?

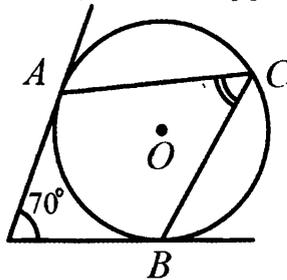
1) $56\pi n$

2) $224\pi n$

3) $\frac{112\pi}{n}$

4) $112\pi n$

- 8 В угол величиной 70° вписана окружность, которая касается его сторон в точках A и B . На одной из дуг этой окружности выбрали точку C так, как показано на рисунке. Найдите величину угла ACB .



Ответ:

- 9 Какие из следующих выражений не имеют смысла при $x = 3$?

1) $\frac{1}{x(x-3)}$ 2) $\frac{x}{x+3}$ 3) $\frac{x-3}{x-4}$ 4) $\frac{x-2}{x-3}$

Ответ:

- 10 Платёж за потребление электроэнергии осуществляется по двухтарифному счётчику. Тариф зависит от времени суток. Общая сумма платежа складывается из сумм по каждому из двух тарифов. Квитанция на оплату содержит следующую таблицу.

Тарифная зона	Показания счётчика		Расход факт.	Тариф (р.)	Сумма к оплате (р.)
	Текущее	Предыдущее			
день (Т1)	8457	8384		3,80	
ночь (Т2)	13158	12932		0,95	

Вычислите общую сумму платежа за указанный в таблице расход электроэнергии.

Ответ:

- 11 В группе из 20 российских туристов несколько человек владеют иностранными языками. Из них пятеро говорят только по-английски, трое только по-французски, двое по-французски и по-английски. Какова вероятность того, что случайно выбранный турист говорит по-французски?

Ответ:

- 12 Дана окружность, которая задаётся уравнением $x^2 + y^2 = 36$. Для каждой из данных точек укажите соответствующее ей верное утверждение.

ТОЧКИ

УТВЕРЖДЕНИЯ

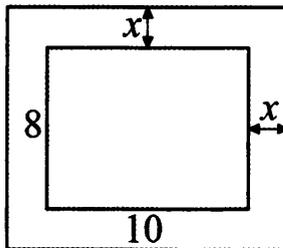
- А) $A(-6; 0)$ 1) Точка лежит на данной окружности.
 Б) $C(8; -3)$ 2) Точка лежит внутри круга, ограниченного данной окружностью.
 В) $B(-5; 4)$ 3) Точка лежит вне круга, ограниченного данной окружностью.
 Г) $D(2; 3)$

Ответ:

А	Б	В	Г
---	---	---	---

- 13 Вокруг дома, имеющего в плане форму прямоугольника со сторонами 8 м и 10 м, уложена плитка. Дорожка из плитки имеет одинаковую ширину (см. рисунок). Дом вместе с дорожкой занимает площадь, равную 120 м^2 . Какова ширина дорожки?

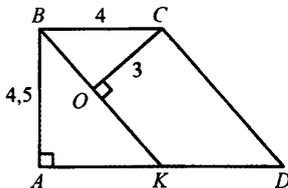
Пусть ширина дорожки равна x м. Выберите уравнение, соответствующее условию задачи.



- 1) $8 \cdot (10 + 2x) = 120$ 2) $(8 + 2x)(10 + 2x) = 120$
 3) $(8 + x)(10 + x) = 120$ 4) $10 \cdot (8 + x) = 120$

Вариант 3

- 14 $KBCD$ – параллелограмм, AB и CO – его высоты. Известно, что $AB = 4,5$, $BC = 4$, $CO = 3$. Найдите длину стороны CD параллелограмма.



Ответ:

- 15 Укажите в ответе номера верных утверждений.

- 1) В любой ромб можно вписать окружность.
- 2) В прямоугольном треугольнике косинус одного из углов равен 0.
- 3) У четырёхугольника, диагонали которого перпендикулярны, все стороны равны.
- 4) Отношение площадей подобных треугольников равно коэффициенту подобия.

Ответ:

- 16 Решите неравенство $x^2 - x - 12 < 0$.

Ответ:

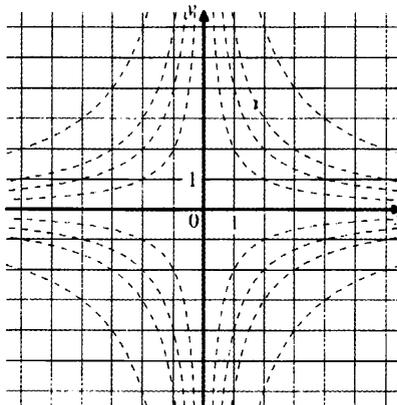
- 17 Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 3x - y = 7, \\ 2y - 3x = -11. \end{cases}$$

Ответ:

Если форма выполнения работы требует переноса ответов в бланк ответов №1, то для выполнения задания 18 возьмите бланк ответа у преподавателя.

- 18 Обведите на рисунке график функции $y = -\frac{6}{x}$.

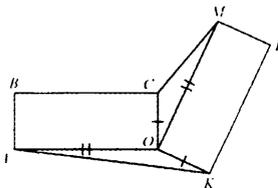


Часть 2

При выполнении заданий 19-23 используйте отдельный лист (бланк). Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение.

- 19 Сократите дробь $\frac{(2k^3)^2 \cdot (5m)^3}{(10k^3m)^2}$.

- 20 Два равных прямоугольника имеют общую вершину O (см. рисунок). Докажите, что площади треугольников AOK и COM равны.



- 21** Чтобы накачать в бак 45 л воды, требуется на 3 минуты больше времени, чем на то, чтобы выкачать из него 42 л воды. За одну минуту можно выкачать на 2 л воды больше, чем накачать. Сколько литров воды накачивается в бак за минуту?
- 22** Найдите целое число a , для которого из двух следующих утверждений верно только одно: 1) $a > -5$; 2) $a > -6$.
- 23** В равнобокой (равнобедренной) трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC , описанной около некоторой окружности, проведена высота BH . Из точки H опущен перпендикуляр HE на прямую AB . В каком отношении точка E делит отрезок AB , если известно, что $BC : AD = 3 : 5$?

Вариант 4

Часть 1

1 | Какое из данных утверждений является верным?

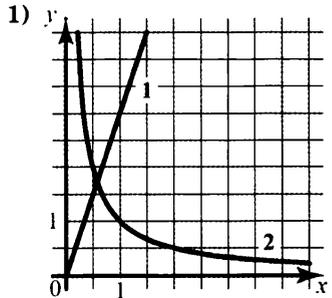
- 1) Число $\frac{9}{15}$ больше 0,9.
- 2) Дроби $\frac{12}{32}$ и $\frac{4}{16}$ равны.
- 3) Число $\frac{60}{7}$ принадлежит промежутку [8; 9].
- 4) Числа $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{5}{8}$ расположены в порядке возрастания.

2 | На рисунке схематически изображены два графика. Для каждой из данных зависимостей укажите график соответствующего вида.

ЗАВИСИМОСТИ

- А) Зависимость расстояния, пройденного автомобилем, от времени движения при постоянной скорости.
- Б) Зависимость времени движения автомобиля между двумя городами от скорости движения.
- В) Зависимость длины одной стороны прямоугольника фиксированной площади от длины другой стороны.

ГРАФИКИ



Ответ:

А Б В

3 | Спортивная команда решила заказать вышивку эмблемы своего клуба на форме членов команды. Стоимость вышивки одной эмблемы составляет 20 р., причём за вышивку на трикотаже стоимость увеличивается на 15%. Сколько рублей придётся заплатить за заказ, если надо вышить 24 эмблемы, из которых 12 на трикотаже?

Ответ:

Вариант 4

- 4 | Население Алжира составляет $3,2 \cdot 10^7$ человек, а его территория равна $2,4 \cdot 10^6 \text{ км}^2$. Сколько жителей приходится в среднем на 1 км^2 ? Результат округлите до целого.

Ответ:

- 5 | Найдите площадь квадрата со стороной, равной $\sqrt{3} - 1$.

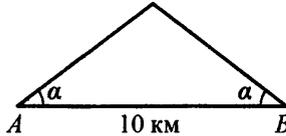
1) $4 - \sqrt{3}$

2) $2 - 2\sqrt{3}$

3) $4 - 2\sqrt{3}$

4) 2

- 6 | Склоны горы образуют с горизонтом угол α , косинус которого равен 0,8. Расстояние по карте между точками A и B равно 10 км. Определите длину пути между этими точками через вершину горы.

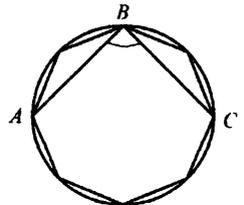


Ответ:

- 7 | Решите уравнение $4 - 5(3x + 2) = 3x + 12$.

Ответ:

- 8 | В окружность вписан равносторонний восьмиугольник. Найдите величину угла ABC (см. рисунок).



Ответ:

9

Упростите выражение $\left(\frac{1}{y} - \frac{1}{x+y}\right) \cdot \frac{x^2 - y^2}{x}$ и найдите его значение при

$$x = 1, y = -0,2.$$

Ответ:

10

В таблице приведены результаты двух полуфинальных забегов на дистанцию 60 м. В финальном забеге 6 участников. Из каждого полуфинала в финал выходят два спортсмена, показавшие первый и второй результаты. К ним добавляют ещё двух спортсменов, показавших лучшее время среди всех остальных участников полуфиналов.

	Полуфинал 1				Полуфинал 2			
Номер спортсмена	1	2	3	4	5	6	7	8
Время, с	7,05	6,98	7,03	6,89	6,95	6,97	7,01	6,90
Место в забеге								

Запишите в ответе номера спортсменов, не попавших в финал.

Ответ:

11

В чемпионате по футболу участвуют 16 команд, которые жеребьёвкой распределяются на 4 группы: A, B, C и D. Какова вероятность того, что команда России попадёт в группу A?

Ответ:

12

Какая из данных точек **не** лежит на окружности, которая задается уравнением $x^2 + y^2 = 25$?

1) A(3; 4)

2) C(-1; 24)

3) B(-4; -3)

4) D(0; -5)

- 13 | Выполняя задания теста, Олег правильно решил x задач, оцененных 3 баллами, и y задач, оцененных 4 баллами. Всего он набрал 27 баллов. Если бы он решил y задач, оцененных 3 баллами, и x задач, оцененных 4 баллами, то набрал бы 22 балла. Сколько задач по 3 балла решил Олег?

Какая система уравнений соответствует задаче?

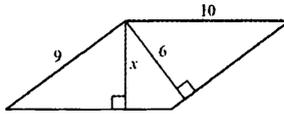
1)
$$\begin{cases} \frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 27, \\ \frac{y}{3} + \frac{x}{4} = 22 \end{cases}$$

2)
$$\begin{cases} 3x + 4y = 22, \\ 3y + 4x = 27 \end{cases}$$

3)
$$\begin{cases} \frac{3}{x} + \frac{4}{y} = \frac{27}{x+y}, \\ \frac{3}{y} + \frac{4}{x} = \frac{22}{x+y} \end{cases}$$

4)
$$\begin{cases} 3x + 4y = 27, \\ 3y + 4x = 22 \end{cases}$$

- 14 | Две стороны параллелограмма равны 10 и 9. Из их общей вершины на другие две стороны опустили высоты, как показано на рисунке. Длина большей из них равна 6. Найдите длину другой высоты.



Ответ:

- 15 | Укажите в ответе номера верных утверждений.

- 1) Сумма углов любого выпуклого пятиугольника равна 540° .
- 2) Любой ромб можно вписать в окружность.
- 3) Все точки, равноудаленные от двух данных точек, лежат на одной прямой.
- 4) Сумма квадратов диагоналей прямоугольника равна сумме квадратов всех его сторон.

Ответ:

- 16 | Разложите на множители квадратный трехчлен $x^2 + 5x + 4$.

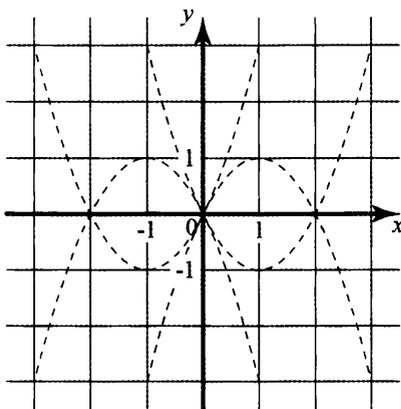
Ответ:

- 17 | За n одинаковых тетрадей и m одинаковых блокнотов заплатили s рублей. Тетрадь стоит a рублей. Сколько рублей стоит блокнот? Запишите соответствующее выражение.

Ответ:

Если форма выполнения работы требует переноса ответов в бланк ответов №1, то для выполнения задания 18 возьмите бланк ответа у преподавателя.

- 18 | Обведите на рисунке график функции $y = x^2 - 2x$.



Часть 2

При выполнении заданий 19-23 используйте отдельный лист (бланк). Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение.

- 19 | Прямая $y = kx$ пересекает прямую $y = x + 3$ в точке с координатами $(1;4)$. Найдите координаты точки пересечения прямой $y = kx$ и прямой $y = 7x + 12$.
- 20 | Медиана треугольника равна половине стороны, к которой она проведена. Докажите, что данный треугольник прямоугольный.
- 21 | Решите уравнение $(x^2 - 25)^2 + (x^2 + 3x - 10)^2 = 0$.

- 22** Кролик утверждает, что вчера Винни-Пух съел не менее 9 баночек мёда, Пятачок – что не менее 8 баночек, ослик Иа – что не менее 7. Сколько баночек мёда съел вчера Винни-Пух, если из трёх этих утверждений истинно только одно, и он, как известно, весь мед всегда доедает до конца?
- 23** В прямоугольном треугольнике ABC катет AC равен 8, катет BC равен 15. Найдите радиус окружности, которая проходит через концы гипотенузы треугольника и касается прямой BC .

Вариант 5

Часть 1

1) В каком случае числа $\frac{1}{2}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{2}{5}$ расположены в порядке возрастания?

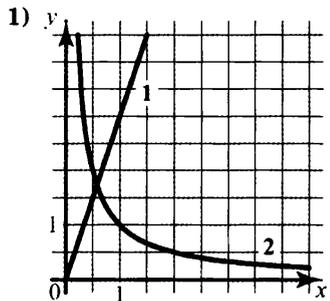
- 1) $\frac{2}{5}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{1}{2}$ 2) $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{5}{8}$ 3) $\frac{5}{8}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{1}{2}$ 4) $\frac{2}{5}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{5}{8}$

2) На рисунке схематически изображены два графика. Для каждой из данных зависимостей укажите график соответствующего вида.

ЗАВИСИМОСТИ

ГРАФИКИ

- А) Зависимость длины одной стороны прямоугольника фиксированной площади от длины другой стороны.
- Б) Зависимость площади прямоугольника с одной фиксированной стороной от длины другой стороны.
- В) Зависимость расстояния, пройденного автомобилем, от времени движения при постоянной скорости.



Ответ:

А Б В

3) Спортивная команда решила заказать вышивку эмблемы своего клуба на форме членов команды. Стоимость вышивки одной эмблемы составляет 25 р., причём за вышивку на трикотаже стоимость увеличивается на 16%. Сколько рублей придётся заплатить за заказ, если надо вышить 34 эмблемы, из которых 17 на трикотаже?

Ответ:

4) Население Республики Ирландия составляет $4,5 \cdot 10^6$ человек, а её территория равна $7 \cdot 10^4$ км². Сколько жителей приходится в среднем на 1 км²? Результат округлите до целого.

Ответ:

5 | Найдите площадь прямоугольника, стороны которого равны $\sqrt{5} + 1$ и $\sqrt{5} - 1$.

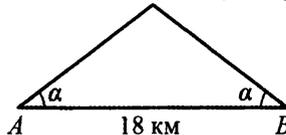
1) 24

2) 6

3) $6 - 2\sqrt{5}$

4) 4

6 | Склоны горы образуют с горизонтом угол α , косинус которого равен 0,9. Расстояние по карте между точками A и B равно 18 км. Определите длину пути между этими точками через вершину горы.



Ответ:

7 | Дано уравнение $4 - 5(3x + 2) = 3x + 12$ и его решение. Уравнение решено неверно. Укажите в ответе номер шага, на котором допущена ошибка.

$$4 - 5(3x + 2) = 3x + 12$$

1) $4 - 15x + 10 = 3x + 12$

2) $14 - 15x = 3x + 12$

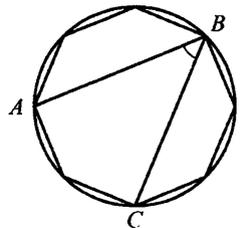
3) $-15x - 3x = -14 + 12$

4) $-18x = -2$

5) $x = \frac{1}{9}$

Ответ:

8 | В окружность вписан равносторонний восьмиугольник. Найдите величину угла ABC (см. рисунок).



Ответ:

9

Упростите выражение $\left(\frac{1}{y} + \frac{1}{x-y}\right) \cdot \frac{x^2 - y^2}{x}$ и найдите его значение при

$$x = 1, y = -0,2.$$

Ответ:

10

В таблице приведены результаты двух полуфинальных забегов на дистанцию 60 м. В финальном забеге 6 участников. Из каждого полуфинала в финал выходят два спортсмена, показавшие первый и второй результаты. К ним добавляют ещё двух спортсменов, показавших лучшее время среди всех остальных участников полуфиналов.

	Полуфинал 1				Полуфинал 2			
Номер спортсмена	1	2	3	4	5	6	7	8
Время, с	6,93	6,98	7,03	6,89	7,02	6,97	7,01	7,08
Место в забеге								

Запишите в ответе номера спортсменов, не попавших в финал.

Ответ:

11

В чемпионате по футболу участвуют 16 команд, которые жеребьёвкой распределяются на 4 группы: A, B, C и D. Какова вероятность того, что команда России не попадёт в группу B или C?

Ответ:

12

Какая из данных точек не лежит на окружности, которая задаётся уравнением $x^2 + y^2 = 25$?

- 1) A(-4; 3) 2) B(0; 5) 3) C(-24; -1) 4) D(4; -3)

- 13** | Выполняя задания теста, Олег правильно решил x задач, оцененных 4 баллами, и y задач, оцененных 3 баллами. Всего он набрал 27 баллов. Если бы он решил y задач, оцененных 4 баллами, и x задач, оцененных 3 баллами, то набрал бы 22 балла. Сколько задач по 3 балла решил Олег?

Какая система уравнений соответствует задаче?

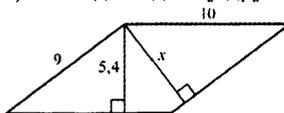
$$1) \begin{cases} \frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 27, \\ \frac{y}{3} + \frac{x}{4} = 22 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 3x + 4y = 22, \\ 3y + 4x = 27 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} \frac{3}{x} + \frac{4}{y} = \frac{27}{x+y}, \\ \frac{3}{y} + \frac{4}{x} = \frac{22}{x+y} \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} 3x + 4y = 27, \\ 3y + 4x = 22 \end{cases}$$

- 14** | Две стороны параллелограмма равны 9 и 10. Из их общей вершины на другие две стороны опустили высоты, как показано на рисунке. Длина меньшей из них равна 5,4. Найдите длину другой высоты.



Ответ:

- 15** | Какие из данных утверждений верны?

- 1) Сумма углов любого выпуклого шестиугольника равна 940° .
- 2) В любой параллелограмм можно вписать окружность.
- 3) Существует только одна точка, равноудалённая от всех вершин данного треугольника.
- 4) Одна из высот прямоугольного треугольника всегда делит его на два подобных треугольника.

Ответ:

- 16** | Разложите на множители квадратный трёхчлен $x^2 + 4x - 5$.

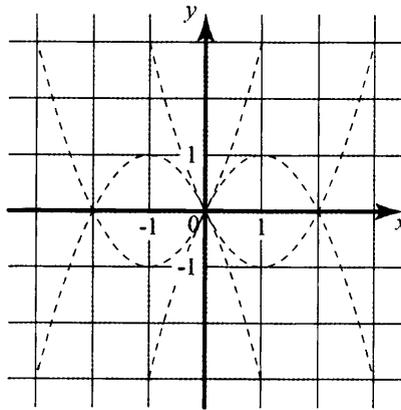
Ответ:

- 17 | За k одинаковых карандашей и n одинаковых блокнотов заплатили a рублей. Карандаш стоит b рублей. Сколько рублей стоит блокнот? Запишите соответствующее выражение.

Ответ:

Если форма выполнения работы требует переноса ответов в бланк ответов №1, то для выполнения задания 18 возьмите бланк ответа у преподавателя.

- 18 | Обведите на рисунке график функции $y = x^2 + 2x$.



Часть 2

При выполнении заданий 19-23 используйте отдельный лист (бланк). Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение.

- 19 | Прямая $y = kx$ пересекает прямую $y = 6 - x$ в точке с абсциссой 3. В точке с какой абсциссой прямая $y = kx$ пересекает прямую $y = 2x + 7$?
- 20 | Докажите, что медиана прямоугольного треугольника, проведённая к его гипотенузе, делит данный треугольник на два равнобедренных треугольника.
- 21 | Решите уравнение $(x^2 - 16)^2 + (x^2 + x - 12)^2 = 0$.

- 22** Кролик утверждает, что вчера Винни-Пух съел не более 9 баночек мёда, Пятачок – что не более 8 баночек, ослик Иа – что не более 7. Сколько баночек мёда съел вчера Винни-Пух, если из трёх этих утверждений истинно только одно, и он, как известно, весь мед всегда доедает до конца?
- 23** В прямоугольном треугольнике ABC катет AC равен 5, катет BC равен 12. Найдите радиус окружности, которая проходит через концы гипотенузы треугольника и касается прямой BC .

Вариант 6

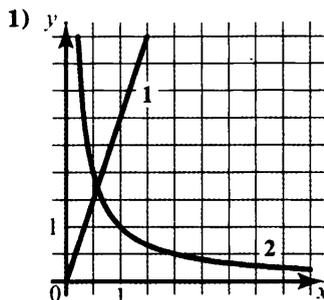
Часть 1

- 1) Какому из данных промежутков принадлежит число $-\frac{47}{6}$?
- 1) $[-6; -5]$ 2) $[-7; -6]$ 3) $[-8; -7]$ 4) $[-9; -8]$
- 2) На рисунке схематически изображены два графика. Для каждой из данных зависимостей укажите график соответствующего вида.

ЗАВИСИМОСТИ

ГРАФИКИ

- А) Зависимость времени движения автомобиля между двумя городами от скорости движения.
- Б) Зависимость площади прямоугольника от длины одной его стороны при фиксированной длине другой стороны.
- В) Зависимость длины одной стороны прямоугольника от длины другой стороны при постоянной площади.



Ответ:

А	Б	В
---	---	---

- 3) Спортивная команда решила заказать вышивку эмблемы своего клуба на форме членов команды. Стоимость вышивки одной эмблемы составляет 25 р., причём за вышивку на трикотаже стоимость увеличивается на 12%. Сколько рублей придётся заплатить за заказ, если надо вышить 46 эмблем, из которых 23 на трикотаже?

Ответ:

- 4) Население Аргентины составляет $4 \cdot 10^7$ человек, а её территория равна $2,8 \cdot 10^6$ км². Сколько жителей приходится в среднем на 1 км²? Результат округлите до целого.

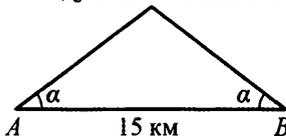
Ответ:

- 5) Найдите площадь квадрата со стороной, равной $\sqrt{5} - 1$.

- 1) $4 - 2\sqrt{5}$ 2) $6 - \sqrt{5}$ 3) $6 - 2\sqrt{5}$ 4) 4

Вариант 6

- 6 | Склоны горы образуют с горизонтом угол α , косинус которого равен 0,75. Расстояние по карте между точками A и B равно 15 км. Определите длину пути между этими точками через вершину горы.



Ответ:

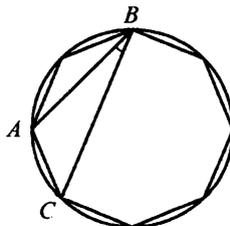
- 7 | Дано уравнение $4 - 5(3x + 2) = 3x + 12$ и его решение. Уравнение решено неверно. Укажите в ответе номер шага, на котором допущена ошибка.

$$4 - 5(3x + 2) = 3x + 12$$

- 1) $4 - 15x - 10 = 3x + 12$
- 2) $-6 - 15x = 3x + 12$
- 3) $-15x + 3x = 6 + 12$
- 4) $-12x = 18$
- 5) $x = -1,5$

Ответ:

- 8 | В окружность вписан равносторонний восьмиугольник. Найдите величину угла ABC (см. рисунок).



Ответ:

9

Упростите выражение $\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+y}\right) \cdot \frac{x^2 - y^2}{y}$ и найдите его значение при

$x = 0,2, y = -1,4$.

Ответ:

10

В таблице приведены результаты двух полуфинальных забегов на дистанцию 60 м. В финальном забеге 6 участников. Из каждого полуфинала в финал выходят два спортсмена, показавшие первый и второй результаты. К ним добавляют ещё двух спортсменов, показавших лучшее время среди всех остальных участников полуфиналов.

	Полуфинал 1				Полуфинал 2			
Номер спортсмена	1	2	3	4	5	6	7	8
Время, с	7,05	7,06	7,11	6,92	7,04	6,97	6,94	7,01
Место в забеге								

Запишите в ответе номера спортсменов, не попавших в финал.

Ответ:

11

В чемпионате по футболу участвуют 16 команд, которые жеребьёвкой распределяются на 4 группы: A, B, C и D. Какова вероятность того, что команда России не попадёт в группу A?

Ответ:

12

Какая из данных точек не лежит на окружности, которая задаётся уравнением $x^2 + y^2 = 25$?

1) A(-5; 0)

2) B(4; -3)

3) C(3; 4)

4) D(24; 1)

- 13 | Выполняя задания теста, Олег правильно решил x задач, оцененных 3 баллами, и y задач, оцененных 4 баллами. Всего он набрал 29 баллов. Если бы он решил y задач, оцененных 3 баллами, и x задач, оцененных 4 баллами, то набрал бы 34 балла. Сколько задач по 3 балла решил Олег?

Какая система уравнений соответствует задаче?

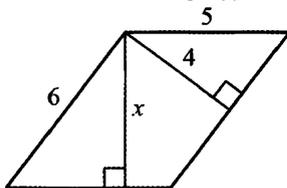
1)
$$\begin{cases} 3x + 4y = 29, \\ 3y + 4x = 34 \end{cases}$$

2)
$$\begin{cases} 3x + 4y = 34, \\ 3y + 4x = 29 \end{cases}$$

3)
$$\begin{cases} \frac{3}{x} + \frac{4}{y} = \frac{29}{x+y}, \\ \frac{3}{y} + \frac{4}{x} = \frac{34}{x+y} \end{cases}$$

4)
$$\begin{cases} \frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 29, \\ \frac{y}{3} + \frac{x}{4} = 34 \end{cases}$$

- 14 | Две стороны параллелограмма равны 6 и 5. Из их общей вершины на другие две стороны опустили высоты, как показано на рисунке. Длина меньшей из них равна 4. Найдите длину другой высоты.



Ответ:

- 15 | Какие из данных утверждений верны?

- 1) Сумма углов любого выпуклого семиугольника равна 900° .
- 2) Любую трапецию можно вписать в окружность.
- 3) Существует только одна точка, равноудалённая от четырёх вершин данного квадрата.
- 4) Произведение гипотенузы любого прямоугольного треугольника на проведённую к ней высоту равно произведению его катетов.

Ответ:

- 16 | Разложите на множители квадратный трёхчлен $x^2 - 6x + 5$.

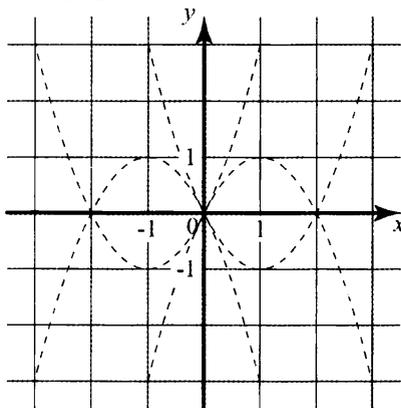
Ответ:

- 17 За несколько одинаковых тетрадей и n одинаковых блокнотов заплатили a рублей. Тетрадь стоит b рублей, блокнот стоит c рублей. Сколько купили тетрадей? Запишите соответствующее выражение.

Ответ:

Если форма выполнения работы требует переноса ответов в бланк ответов №1, то для выполнения задания 18 возьмите бланк ответа у преподавателя.

- 18 Обведите на рисунке график функции $y = 2x - x^2$.



Часть 2

При выполнении заданий 19-23 используйте отдельный лист (бланк). Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение.

- 19 Прямая $y = kx$ пересекает прямую $y = x + 1$ в точке с ординатой 3. В точке с какой абсциссой прямая $y = kx$ пересекает прямую $y = 2x + 7$?
- 20 Медиана треугольника разбила его на два равных треугольника. Докажите, что данный треугольник равнобедренный.
- 21 Решите уравнение $(x^2 - 49)^2 + (x^2 + 5x - 14)^2 = 0$.
- 22 Паша сказал, что написанное на доске неравенство имеет более 5 решений, являющихся целыми числами, Саша – что более 6, а Витя – что более 7. Учитель ответил, что прав только один из них. Сколько целочисленных решений имеет это неравенство?
- 23 В прямоугольном треугольнике ABC катет AC равен 12, катет BC равен 5. Найдите радиус окружности, которая проходит через концы гипотенузы треугольника и касается прямой BC .

Вариант 7

Часть 1

1 | Установите соответствие между выражением и значением выражения.

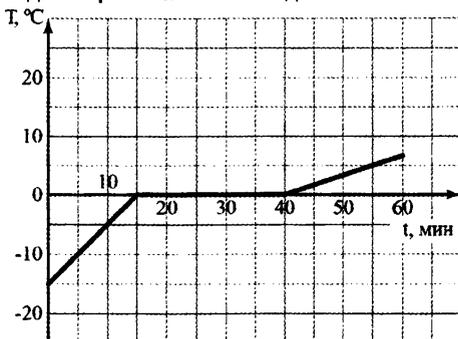
ВЫРАЖЕНИЯ **ЗНАЧЕНИЯ ВЫРАЖЕНИЙ**

- | | |
|----------------------------------|---------|
| А) $18 \cdot \frac{5}{12}$ | 1) 6 |
| Б) $\frac{2}{3} : \frac{1}{9}$ | 2) 7,5 |
| В) $1\frac{2}{3} + \frac{1}{12}$ | 3) 1,3 |
| | 4) 1,75 |

Ответ:

А	Б	В
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

2 | Кусок льда нагрели, расплавили и полученную воду нагрели. На рисунке изображён график изменения температуры льда и воды. Сколько минут вода нагревалась от 0 °С до 5 °С?



Ответ:

3 | Площадь заповедника была увеличена с 250 км² до 350 км². На сколько процентов увеличилась площадь заповедника?

Ответ:

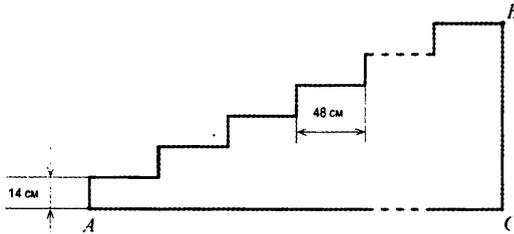
4 | Укажите выражение, равное 3^{2k-1} .

- 1) $3^{2k} - 3$ 2) $(3^{2k})^{-1}$ 3) $\frac{9^k}{3}$ 4) $\frac{3^{2k}}{3^{-1}}$

5 | Какому из данных выражений тождественно равно выражение $(a-1)^2 - (a+1)(a-2)$?

- 1) $-3a - 1$ 2) $3 - a$ 3) $3a + 1$ 4) $a + 1$

6 | Лестница соединяет точки A и B , расстояние между которыми равно 25 м. Высота каждой ступени равна 14 см, а длина — 48 см. Найдите высоту BC (в метрах), на которую поднимается лестница.



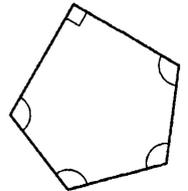
Ответ:

7 | О числах a и b известно, что $-1 < a < 0$, $3 < b < 4$. Какие из следующих неравенств **неверны**? Запишите их номера.

- 1) $0 < -a < 1$ 2) $a + b < 0$ 3) $\frac{1}{b} > 1$

Ответ:

8 | В пятиугольнике один угол прямой. Найдите величину остальных его углов, если известно, что все они равны между собой.



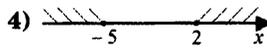
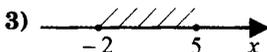
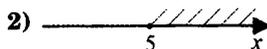
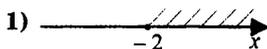
Ответ:

9 | Решите уравнение $x^2 - 10 = -3x$.

Ответ:

10 | На каком рисунке изображено множество решений системы неравенств

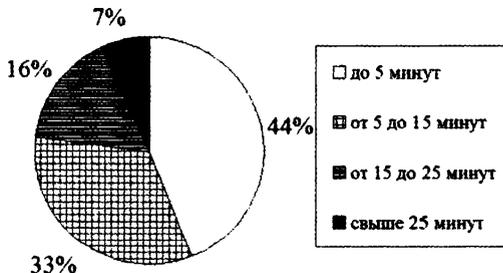
$$\begin{cases} 2x + 4 \geq 0, \\ 15 - 3x \leq 0? \end{cases}$$



11 | В коробке 14 пакетиков с чёрным чаем и 6 пакетиков с зелёным чаем. Павел наугад вынимает один пакетик. Какова вероятность того, что это пакетик с зелёным чаем?

Ответ:

12 | На круговой диаграмме показано, как распределяется (в процентах) длительность телефонных разговоров сотовых абонентов компании «Мобил». Какой процент составляют разговоры, длительность которых не превышает 15 минут?

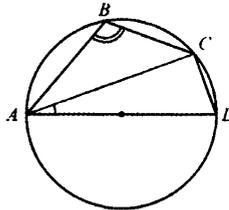


Ответ:

- 13 В арифметической прогрессии (a_n) известны два первых члена: $a_1 = -18$, $a_2 = -25$. Какое число стоит в этой прогрессии на 51-м месте?

Ответ:

- 14 В окружность с диаметром AD вписан четырехугольник $ABCD$. Найдите величину угла ABC , если $\angle CAD = 20^\circ$.



Ответ:

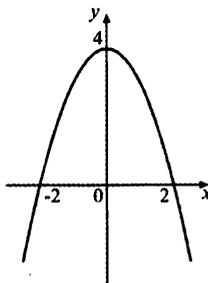
- 15 Укажите в ответе номера верных утверждений.

- 1) Средняя линия треугольника разбивает его на два треугольника.
- 2) Если в параллелограмме диагонали равны, то этот параллелограмм – прямоугольник.
- 3) Гипотенуза прямоугольного треугольника больше любого его катета.
- 4) Отношение площадей подобных треугольников равно коэффициенту подобия.

Ответ:

- 16 | На рисунке изображён график функции $y = -x^2 + 4$. Какие из данных прямых не имеют с графиком этой функции ни одной общей точки? Укажите их номера.

- 1) $y = x$
- 2) $y = x + 5$
- 3) $y = 4$
- 4) $x = -3$
- 5) $y = 10$



Ответ:

- 17 | Из формулы $l = l_0 + atl_0$ выразите t .

- 18 | Решите систему неравенств $\begin{cases} 5 + 2x > 0, \\ 1 - x > 2. \end{cases}$

Часть 2

При выполнении заданий 19-23 используйте отдельный лист (бланк). Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение.

- 19 | Сократите дробь: $\frac{a + 16b^2 - 4a^2 - 2b}{a - 2b}$.

- 20 | Противоположные углы четырёхугольника попарно равны. Докажите, что он параллелограмм.

- 21** | Между числами 2 и 18 вставьте три числа так, чтобы вместе с данными они образовали геометрическую прогрессию.
- 22** | Постройте график функции $y = x^2 - |5x + 6|$ и определите, при каких значениях c прямая $y = c$ имеет с графиком ровно три общие точки.
- 23** | На каждой из двух окружностей с радиусами 3 и 4 лежат по три вершины ромба. Найдите его сторону.

Вариант 8

Часть 1

1 | Установите соответствие между выражением и значением выражения.

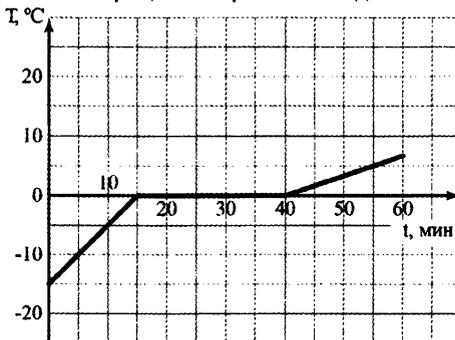
ВЫРАЖЕНИЯ **ЗНАЧЕНИЯ ВЫРАЖЕНИЙ**

- | | |
|----------------------------------|---------|
| А) $1\frac{1}{3} - \frac{1}{12}$ | 1) 1,25 |
| Б) $21 \cdot \frac{6}{28}$ | 2) 1,75 |
| В) $\frac{4}{5} : \frac{2}{15}$ | 3) 4,5 |
| | 4) 6 |

Ответ:

А	Б	В
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

2 | Кусок льда нагрели, расплавили и полученную воду нагрели. На рисунке изображён график изменения температуры льда и воды. Сколько времени занял процесс нагревания льда от -10°C до -5°C ?



Ответ:

3 | Площадь заповедника была увеличена с 350 км^2 до 420 км^2 . На сколько процентов увеличилась площадь заповедника?

Ответ:

Вариант 8

4 | Укажите выражение, равное 3^{3k-2} .

1) $\frac{3^{3k}}{3^{-2}}$

2) $\frac{27^k}{9}$

3) $3^{3k} - 9$

4) $(3^{3k})^{-2}$

5 | Какому из данных выражений тождественно равно выражение $(a+1)^2 - (a+2)(a-1)$?

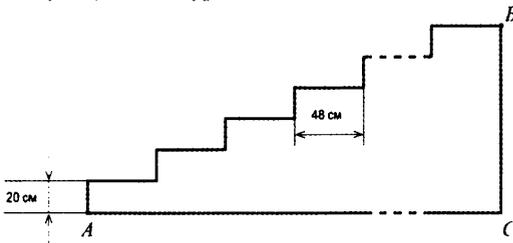
1) $3a+1$

2) $a-3$

3) $3a-1$

4) $a+3$

6 | Лестница соединяет точки A и B , расстояние между которыми равно 26 м. Высота каждой ступени равна 20 см, а длина — 48 см. Найдите высоту BC (в метрах), на которую поднимается лестница.



Ответ:

7 | О числах a и b известно, что $0 < a < 1$, $-3 < b < -2$. Какие из следующих неравенств **неверны**? Запишите их номера.

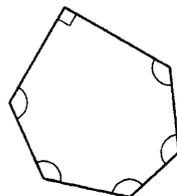
1) $\frac{1}{a} < 0$

2) $a+b > 0$

3) $2 < -b < 3$

Ответ:

8 | В шестиугольнике один угол прямой. Найдите величину остальных его углов, если известно, что все они равны между собой.



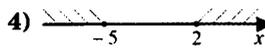
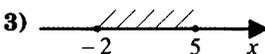
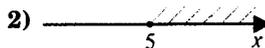
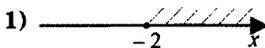
Ответ:

9 | Решите уравнение $x^2 = 4x + 12$.

Ответ:

10 | На каком рисунке изображено множество решений системы неравенств

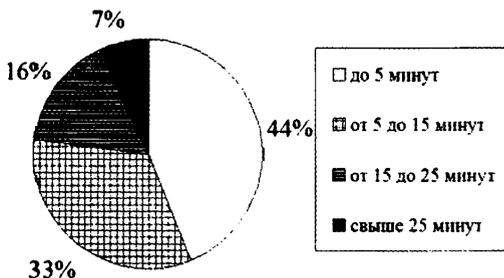
$$\begin{cases} 2x + 4 \geq 0, \\ 15 - 3x \geq 0? \end{cases}$$



11 | В коробке 18 пакетиков с чёрным чаем и 7 пакетиков с зелёным чаем. Павел наугад вынимает один пакетик. Какова вероятность того, что это пакетик с зелёным чаем?

Ответ:

12 | На круговой диаграмме показано, как распределяется (в процентах) длительность телефонных разговоров сотовых абонентов компании «Мобил». Какой процент составляют разговоры, длительность которых не менее 15 минут?

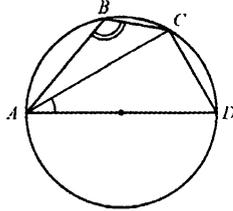


Ответ:

13 | В арифметической прогрессии (a_n) известны два первых члена: $a_1 = -16$, $a_2 = -24$. Какое число стоит в этой прогрессии на 61-м месте?

Ответ:

- 14 В окружность с диаметром AD вписан четырехугольник $ABCD$. Найдите величину угла ABC , если $\angle CAD = 30^\circ$.



Ответ:

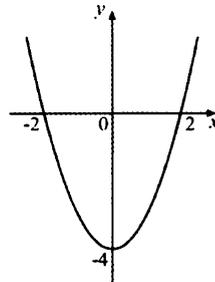
- 15 Укажите в ответе номера верных утверждений.

- 1) Средняя линия трапеции разбивает её на два треугольника.
- 2) Если в прямоугольнике диагонали перпендикулярны, то этот прямоугольник – квадрат.
- 3) Катет прямоугольного треугольника меньше его гипотенузы.
- 4) Отношение длин гипотенуз двух подобных прямоугольных треугольников равно коэффициенту подобия.

Ответ:

- 16 На рисунке изображён график функции $y = x^2 - 4$. Какие из данных прямых не имеют с графиком этой функции ни одной общей точки? Запишите их номера.

- 1) $x = 3$
- 2) $y = -4$
- 3) $y = -10$
- 4) $y = -x$
- 5) $y = x - 5$



Ответ:

17 Из формулы $l = l_0(1 + at)$ выразите l_0 .

18 Решите систему неравенств $\begin{cases} 3 - 2x > 0, \\ x + 4 > 3. \end{cases}$

Часть 2

При выполнении заданий 19-23 используйте отдельный лист (бланк). Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение.

19 Сократите дробь: $\frac{2a + 27b^2 - 12a^2 - 3b}{2a - 3b}$.

20 Противоположные стороны четырёхугольника попарно равны. Докажите, что он параллелограмм.

21 Между числами 2 и 72 вставьте три числа так, чтобы вместе с данными они образовали геометрическую прогрессию.

22 Постройте график функции $y = x^2 - |5x - 6|$ и определите, при каких значениях c прямая $y = c$ имеет с графиком ровно три общие точки.

23 На каждой из двух окружностей с радиусами 5 и 12 лежат по три вершины ромба. Найдите его сторону.

Вариант 9

Часть 1

1

Вычислите: $1 + (-2)^3 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right)^2$.

Ответ:

2

На рисунке изображены два графика: график средней многолетней среднесуточной температуры воздуха в г. Москве в марте и график среднесуточной температуры воздуха в г. Москве в марте 2011 г. Укажите в ответе число дней в период с 1 по 10 марта 2011 г., для которых температура отличалась от средней многолетней не более чем на 1°C .



Ответ:

3

Найдите значение выражения $\sqrt{12} + (\sqrt{3} - 1)^2$.

Ответ:

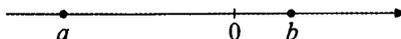
4

В классе 18 мальчиков и 12 девочек. Какое из утверждений **неверно**?

- 1) Отношение числа мальчиков к числу девочек равно 3:2.
- 2) Мальчиков в классе в 1,5 раза больше, чем девочек.
- 3) Девочки составляют $\frac{2}{3}$ всех учащихся класса.
- 4) Мальчики составляют $\frac{3}{5}$ всех учащихся класса.

Вариант 9

5 | На координатной прямой отмечены числа a и b .



Какое из следующих неравенств верно?

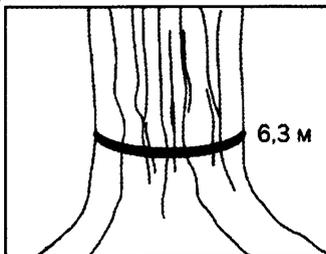
1) $a + b > 2b$

2) $-a < -b$

3) $\frac{a}{b} < 1$

4) $a - b > 0$

6 | Обхват ствола секвойи равен 6,3 м. Чему равен его диаметр (в метрах)?
 Ответ округлите до целого.



Ответ:

7 | Какие из данных равенств **не** являются тождествами? Запишите их номера.

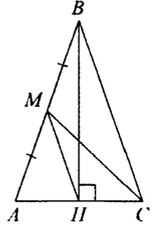
1) $(a - 1)^2 - (a + 1)(a - 2) = 3 + a$

2) $2^n \cdot 4^n = 2^{3n}$

3) $2x^2 + 9x - 5 = (2x - 1)(x - 5)$

Ответ:

- 8 В треугольнике ABC проведены высота BH и медиана CM .
Найдите длину отрезка HM , если $AM = 3$, $AH = HC = 2$.



Ответ:

- 9 Решите уравнение $3(5x - 4) + 5x = 18$.

Ответ:

- 10 Одна из данных последовательностей является арифметической прогрессией. Определите какая.

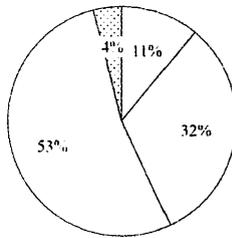
1) $7; \frac{7}{2}; \frac{7}{4}; \frac{7}{8}; \dots$

2) $7; 3; -1; -5; \dots$

3) $7; 1; 7; 1; \dots$

4) $\frac{1}{7}; \frac{1}{8}; \frac{1}{9}; \frac{1}{10}; \dots$

- 11 Среди сотрудников компании был проведён опрос, в какое время года они предпочитают брать отпуск. Результаты представлены на круговой диаграмме. Какой процент составляют сотрудники, которые предпочитают отдыхать не летом?



- весна
- зима
- лето
- осень

Ответ:

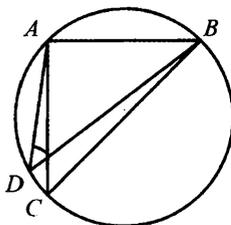
- 12 В коробке 3 белых, 5 красных и 12 чёрных одинаковых пуговиц. Какова вероятность того, что наугад вынутая пуговица будет не красного цвета?

Ответ:

- 13 Упростите выражение $\frac{b}{c} - \frac{b^2 + c^2}{bc} - \frac{c}{b}$ и найдите его значение при $b = -4, c = 0,9$.

Ответ:

- 14 Прямоугольный равнобедренный треугольник ABC вписан в окружность, $\angle A = 90^\circ$. Найдите величину угла ADB .



Ответ:

- 15 Укажите в ответе номера верных утверждений.

- 1) Точка, равноудалённая от всех вершин треугольника, является центром окружности, вписанной в этот треугольник.
- 2) Если периметр прямоугольника A больше периметра прямоугольника B , то площадь прямоугольника A больше площади прямоугольника B .
- 3) Из всех параллелограммов со сторонами a и b наибольшую площадь имеет прямоугольник.
- 4) В треугольнике не может быть больше одного тупого угла.

Ответ:

- 16 Для каждой из данных точек укажите уравнение прямой, которая проходит через эту точку.

ТОЧКИ **УРАВНЕНИЯ ПРЯМОЙ**

- | | |
|-----------------|------------------------|
| А) $K(-12; 8)$ | 1) $y = \frac{2}{3}x$ |
| Б) $M(-7; -21)$ | 2) $y = 3x$ |
| В) $N(9; 6)$ | 3) $y = -\frac{2}{3}x$ |
| | 4) $y = -3x$ |

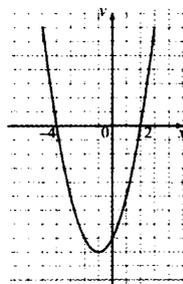
Ответ:

А	Б	В
---	---	---

- 17 Из формулы объёма пирамиды $V = \frac{1}{3}Sh$ выразите h .

Ответ:

- 18 На рисунке изображён график функции $y = x^2 + 2x - 8$.
Используя рисунок, решите неравенство $x^2 < 8 - 2x$.



Ответ:

Часть 2

При выполнении заданий 19-23 используйте отдельный лист (бланк). Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение.

19 | Сократите дробь $\frac{x - \sqrt{x} - 2}{2 - \sqrt{x}}$.

20 | Докажите, что если биссектриса одного из внешних углов треугольника параллельна противоположной стороне треугольника, то этот треугольник равнобедренный.

21 | Вчера число учеников, присутствовавших на уроках, было в 8 раз больше числа отсутствовавших. Сегодня не пришли ещё два человека, и оказалось, что число отсутствующих составляет 20% от числа присутствующих. Сколько всего учеников в классе?

22 | Постройте график функции

$$y = \begin{cases} x^2 - 4x, & \text{если } |x| \geq 2, \\ -4x + 4, & \text{если } |x| < 2, \end{cases}$$

и определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ не имеет с графиком ни одной общей точки.

23 | Вершины правильного шестиугольника со стороной 2 служат центрами кругов радиусом $\sqrt{2}$. Найдите площадь части шестиугольника, расположенной вне этих кругов.

Вариант 10

Часть 1

1

Вычислите: $1 + (-4)^2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^3$.

Ответ:

2

На рисунке изображены два графика: график средней многолетней среднесуточной температуры воздуха в г. Москве в марте и график среднесуточной температуры воздуха в г. Москве в марте 2011 г. Укажите в ответе число дней в период с 20 по 31 марта 2011 г., для которых температура отличалась от средней многолетней не более чем на 1°C .



Ответ:

3

Найдите значение выражения $(\sqrt{2} + 1)^2 - \sqrt{8}$.

Ответ:

4

В классе 8 мальчиков и 12 девочек. Какое из утверждений **неверно**?

- 1) Отношение числа мальчиков к числу девочек равно 2:3
- 2) Девочек в классе в 1,5 раза больше, чем мальчиков
- 3) Девочки составляют $\frac{3}{5}$ всех учащихся класса
- 4) Мальчики составляют $\frac{2}{3}$ всех учащихся класса

5 На координатной прямой отмечены числа a и b .



Какое из следующих неравенств верно?

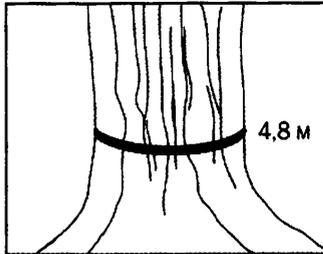
1) $b - a < 0$

2) $a + b < 2a$

3) $\frac{b}{a} > 1$

4) $-a > b$

6 Обхват ствола секвойи равен 4,8 м. Чему равен его диаметр (в метрах)?
 Ответ округлите до десятых.



Ответ:

7 Какие из данных равенств **не** являются тождествами? Запишите их номера.

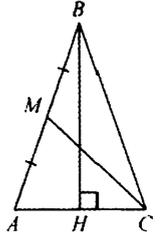
1) $(x + y)^2(x - y) = (x^2 - y^2)(x + y)$

2) $2^n \cdot 4^n = 6^n$

3) $2x^2 + 9x - 5 = (2x + 1)(x + 5)$

Ответ:

- 8 | В треугольнике ABC проведены высота BH и медиана CM . Найдите периметр треугольника ABC , если $AM = 3$, $AH = HC = 2$.



Ответ:

- 9 | Решите уравнение $4x - 5 = -3(2x + 3)$.

Ответ:

- 10 | Одна из данных последовательностей является геометрической прогрессией. Определите какая.

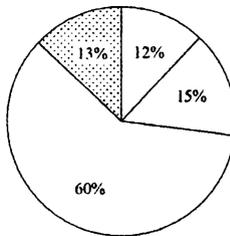
1) $\frac{1}{7}; \frac{1}{8}; \frac{1}{9}; \frac{1}{10}; \dots$

2) $7; 3; -1; -5; \dots$

3) $7; 1; 7; 1; \dots$

4) $7; \frac{7}{2}; \frac{7}{4}; \frac{7}{8}; \dots$

- 11 | Среди сотрудников компании был проведён опрос, в какое время года они предпочитают брать отпуск. Результаты представлены на круговой диаграмме. Какой процент составляют сотрудники, которые предпочитают отдыхать не летом?



- зима
- весна
- лето
- осень

Ответ:

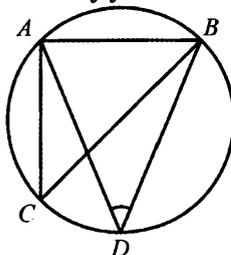
- 12 | В коробке 6 белых, 9 красных и 10 чёрных одинаковых пуговиц. Какова вероятность того, что наугад вынутая пуговица будет не красного цвета?

Ответ:

- 13 | Упростите выражение $\frac{b}{c} - \frac{c^2 - b^2}{bc} + \frac{c}{b}$ и найдите его значение при $b = -0,7$, $c = 4$.

Ответ:

- 14 | Прямоугольный равнобедренный треугольник ABC вписан в окружность, $\angle A = 90^\circ$. Найдите величину угла ADB .



Ответ:

- 15 | Укажите в ответе номера верных утверждений.

- 1) Точка, равноудалённая от всех вершин треугольника, является центром окружности, описанной около этого треугольника.
- 2) Если площадь прямоугольника A больше площади прямоугольника B , то и периметр прямоугольника A больше периметра прямоугольника B .
- 3) Из всех ромбов со стороной a наибольшую площадь имеет квадрат.
- 4) В треугольнике не может быть больше одного прямого угла.

Ответ:

16 Для каждой из данных точек укажите уравнение прямой, которая проходит через эту точку.

ТОЧКИ УРАВНЕНИЯ ПРЯМОЙ

- | | |
|------------------------|-------------------------------|
| А) $K(-9; 18)$ | 1) $y = \frac{2}{3}x$ |
| Б) $M(-12; -8)$ | 2) $y = 2x$ |
| В) $N(3; -2)$ | 3) $y = -\frac{2}{3}x$ |
| | 4) $y = -2x$ |

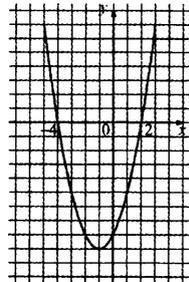
Ответ:

А	Б	В

17 Из формулы объёма пирамиды $V = \frac{1}{3}Sh$ выразите S .

Ответ:

18 На рисунке изображён график функции $y = x^2 + 2x - 8$. Используя рисунок, решите неравенство $x^2 > 8 - 2x$.



Ответ:

Часть 2

При выполнении заданий 19-23 используйте отдельный лист (бланк). Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение.

19 | Сократите дробь $\frac{x + \sqrt{x} - 2}{1 - \sqrt{x}}$.

20 | Докажите, что расстояние от точки пересечения диагоналей трапеции до меньшего основания меньше, чем до большего.

21 | Вчера число учеников, отсутствовавших на уроках, составило 25% от числа присутствовавших. Сегодня пришли ещё три человека, и теперь число отсутствующих в 9 раз меньше числа присутствующих. Сколько всего учеников в классе?

22 | Постройте график функции

$$y = \begin{cases} x^2 + 4x, & \text{если } |x| \geq 2, \\ 4x + 4, & \text{если } |x| < 2, \end{cases}$$

и определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ не имеет с графиком ни одной общей точки.

23 | Высота прямоугольного треугольника, опущенная на гипотенузу, делит этот треугольник на два. Расстояние между центрами окружностей, вписанных в эти треугольники, равно 1. Найдите радиус окружности, вписанной в исходный треугольник.

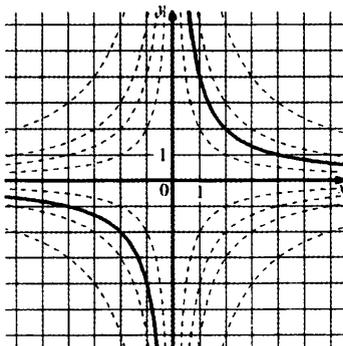
Ответы к заданиям части 1

Вариант 1

№ задания	Ответ
1	14 или 41
2	1
3	33
4	2
5	140
6	15
7	4
8	65
9	23 или 32

№ задания	Ответ
10	1745,15
11	0,5
12	1321
13	4
14	4,5
15	234
16	(1;7)
17	(1;5)

Решение задания №18

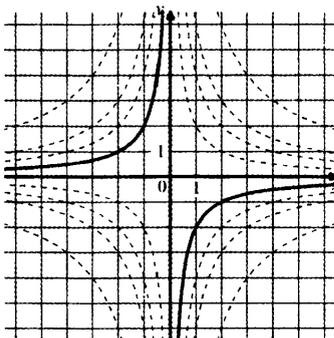


Вариант 2

№ задания	Ответ
1	134 или любые комбинации этих цифр
2	4
3	35
4	1
5	90
6	13
7	4
8	45
9	13 или 31

№ задания	Ответ
10	606,1
11	0,35
12	1321
13	4
14	4
15	124
16	(0;8)
17	(4;1)

Решение задания №18

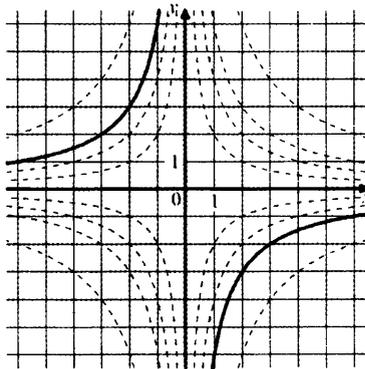


Вариант 3

№ задания	Ответ
1	14 или 41
2	1
3	39
4	2
5	210
6	15
7	4
8	55
9	14 или 41

№ задания	Ответ
10	492,1
11	0,25
12	1332
13	2
14	6
15	12
16	(-3;4)
17	(1;-4)

Решение задания №18

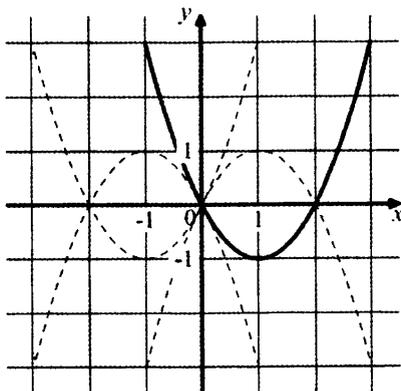


Вариант 4

№ задания	Ответ
1	3
2	122
3	516
4	13
5	3
6	12,5
7	-1
8	90
9	-6

№ задания	Ответ
10	13 или 31
11	0,25
12	2
13	4
14	5,4
15	134
16	$(x+1)(x+4)$
17	$(c-an)/m$

Решение задания №18

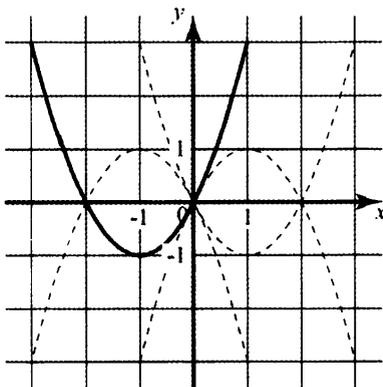


Вариант 5

№ задания	Ответ
1	4
2	211
3	918
4	64
5	4
6	20
7	1
8	45
9	-4

№ задания	Ответ
10	38;83
11	0,5
12	3
13	2
14	6
15	34
16	$(x-1)(x+5)$
17	$(a-bk)/n$

Решение задания №18

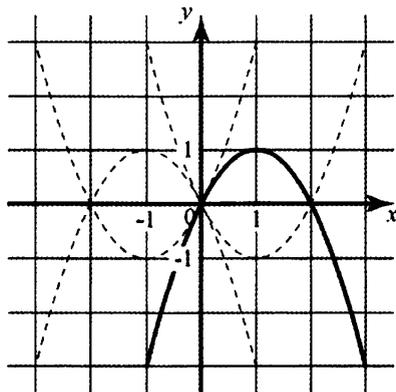


Вариант 6

№ задания	Ответ
1	3
2	212
3	1219
4	14
5	3
6	20
7	3
8	22,5
9	8

№ задания	Ответ
10	23;32
11	0,75
12	4
13	1
14	4,8
15	134
16	$(x-1)(x-5)$
17	$(a-cn)/b$

Решение задания №18



Вариант 7

№ задания	Ответ
1	214
2	15
3	40
4	3
5	2
6	7
7	23 или 32
8	112,5
9	-5;2

№ задания	Ответ
10	2
11	0,3
12	77
13	-368
14	110
15	23
16	25 или 52
17	$t = \frac{l-l_0}{a l_0}$
18	(-2,5;-1)

Вариант 8

№ задания	Ответ
1	134
2	5
3	20
4	2
5	4
6	10
7	12 или 21
8	126
9	-2;6

№ задания	Ответ
10	3
11	0,28
12	23
13	-496
14	120
15	234
16	35 или 53
17	$l_0 = \frac{l}{1+at}$
18	(-1;1,5)

Вариант 9

№ задания	Ответ
1	0,5
2	3
3	4
4	3
5	3
6	2
7	13 или 31
8	3
9	1,5

№ задания	Ответ
10	2
11	47
12	0,75
13	0,45
14	45
15	34
16	321
17	$h = \frac{3V}{S}$
18	(-4;2)

Вариант 10

№ задания	Ответ
1	-1
2	5
3	3
4	4
5	4
6	1,5
7	23 или 32
8	16
9	-0,4

№ задания	Ответ
10	4
11	40
12	0,64
13	-0,35
14	45
15	134
16	413
17	$S = \frac{3V}{h}$
18	$(-\infty; -4) \cup (2; +\infty)$

Критерии оценивания заданий с развернутым ответом

Вариант 1

19

Сократите дробь $\frac{(2a^2)^3 \cdot (3b)^2}{(6a^3b)^2}$.

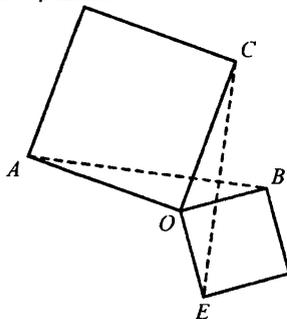
$$\frac{(2a^2)^3 \cdot (3b)^2}{(6a^3b)^2} = \frac{8a^6 \cdot 9b^2}{36a^6b^2} = \frac{72}{36} = 2.$$

Ответ: 2.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Преобразования выполнены верно, получен верный ответ	2
Преобразования доведены до конца, но допущена ошибка или описка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно	1
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	2

Вариант 1

- 20 Два квадрата имеют общую вершину. Докажите, что отмеченные на рисунке отрезки AB и CE равны.



Пусть общая вершина квадратов – точка O . $AO \perp OC$ и $BO \perp OE$. Следовательно, $\angle AOB = \angle COE$. Тогда треугольники AOB и COE равны по двум сторонам и углу между ними. Следовательно, $AB = CE$ как соответствующие стороны равных треугольников.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Доказательство верное	3
Доказательство в целом верное, но содержит неточности	2
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	3

- 21 На изготовление 231 детали ученик тратит на 11 часов больше, чем мастер на изготовление 462 таких же деталей. Известно, что ученик за час делает на 4 детали меньше, чем мастер. Сколько деталей в час делает ученик?

Предположим, что ученик делает x деталей в час. Тогда мастер делает $x + 4$ детали в час.

На изготовление 231 детали ученик потратит $\frac{231}{x}$ ч, а мастер тратит $\frac{462}{x + 4}$ ч на изготовление 462 деталей.

Вариант 1

Составим уравнение по условию задачи:

$$\frac{231}{x} - \frac{462}{x+4} = 11.$$

Решим уравнение:

$$\frac{21}{x} - \frac{42}{x+4} = 1; \quad \frac{21x+84-42x}{x(x+4)} = 1; \quad 84-21x-x(x+4) = 0; \quad x^2+25x-84 = 0.$$

Корни полученного квадратного уравнения: -28 и 3 . Отбрасывая отрицательный корень, находим, что ученик делает в час 3 детали.

Ответ: 3 детали в час.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Получен верный и обоснованный ответ.	3
Верно составлено уравнение или система уравнений, но при решении допущена ошибка вычислительного характера.	2
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	3

- 22** Найдите целое число a , для которого из двух следующих утверждений верно только одно: 1) $a > -17$; 2) $a > -18$.

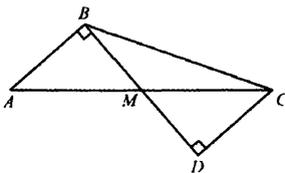
Если верно утверждение 1, то верно и утверждение 2, а это противоречит тому, что из этих двух утверждений верно только одно. Следовательно, верно только утверждение 2. Тогда $-18 < a \leq -17$. Этому неравенству удовлетворяет только одно целое число: $a = -17$.

Ответ: -17 .

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Решение содержит верную логическую цепочку, получен верный ответ	4
Логическая цепочка верна, но на последнем шаге неверно найдено число, удовлетворяющее двойному неравенству.	3
Или: отсутствует обоснование единственности решения	0
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	4

- 23** Найдите отношение двух сторон треугольника, если его медиана, выходящая из их общей вершины, образует с этими сторонами углы в 30° и 90° .

Пусть в треугольнике ABC отрезок BM служит медианой, при этом $\angle ABM = 90^\circ$, $\angle CBM = 30^\circ$. Возьмём на продолжении отрезка BM точку D так, что $BM = MD$. Тогда треугольники ABM и CDM равны по двум сторонам и углу между ними. Значит, $\angle BDC = 90^\circ$. Поэтому треугольник BDC – прямоугольный с углом CBD , равным 30° . Следовательно, $\frac{AB}{BC} = \frac{CD}{BC} = \frac{1}{2}$.



Ответ: 1:2.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Решение задачи верное, все его шаги обоснованы, получен верный ответ	4
Решение задачи в целом верное, получен верный ответ, но решение обосновано недостаточно	3
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	4

Вариант 2

19

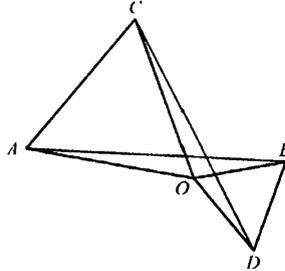
Сократите дробь $\frac{(3x^3)^2 \cdot (2y)^3}{(6x^3y)^2}$.

$$\frac{(3x^3)^2 \cdot (2y)^3}{(6x^3y)^2} = \frac{9x^6 \cdot 8y^3}{36x^6y^2} = 2x^{6-6} \cdot y^{3-2} = 2y.$$

Ответ: $2y$.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Преобразования выполнены верно, получен верный ответ	2
Преобразования доведены до конца, но допущена ошибка или описка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно	1
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	2

- 20** Два равносторонних треугольника имеют общую вершину. Докажите, что отмеченные на рисунке отрезки AB и CD равны.



Рассмотрим треугольники AOB и COD .

В них $AO = CO$, $BO = OD$ и

$$\angle AOB = \angle AOC + \angle COB = 60^\circ + \angle COB = \angle BOD + \angle COB = \angle COD.$$

Следовательно, эти треугольники равны по двум сторонам и углу между ними. Поэтому $AB = CD$ как соответствующие стороны равных треугольников.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Доказательство верное	3
Доказательство в целом верное, равенство треугольников недостаточно обосновано (например, не показаны соответствующие равные стороны)	2
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	3

- 21** Чтобы накачать в бак 117 л воды, требуется на 5 минут больше времени, чем на то, чтобы выкачать из него 96 л воды. За одну минуту можно выкачать на 3 л воды больше, чем накачать. Сколько литров воды накачивается в бак за минуту?

Пусть за минуту в бак накачивается x литров воды. Тогда за минуту выкачивается $x + 3$ л воды.

По условию задачи составим уравнение

$$\frac{117}{x} - \frac{96}{x+3} = 5,$$

откуда

$$\begin{cases} 21x + 351 = 5x(x + 3), \\ x(x + 3) \neq 0. \end{cases}$$

Получаем квадратное уравнение

$$5x^2 - 6x - 351 = 0,$$

имеющее корни $x = 9$ и $x = -7,8$.

Отбрасывая отрицательный корень, находим, что за минуту в бак накачивается 9 л воды.

Ответ: 9 литров в минуту.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Получен верный и обоснованный ответ	3
Верно составлено уравнение или система уравнений, но при решении допущена ошибка вычислительного характера	2
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	3

- 22** Найдите целое число a , для которого из двух следующих утверждений верно только одно: 1) $a < 34$; 2) $a < 35$.

Если верно первое утверждение, то верно и второе. Это противоречит тому, что верно только одно из двух данных утверждений. Следовательно, верно второе утверждение, а первое неверно. Получаем, что $34 \leq a < 35$.

Этому неравенству удовлетворяет единственное целое число: $a = 34$.

Ответ: 34.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Решение содержит верную логическую цепочку, получен верный ответ	4
Логическая цепочка верна, но на последнем шаге неверно найдено число, удовлетворяющее двойному неравенству. Или: отсутствует обоснование единственности решения	3
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	4

- 23** В трапеции проведён отрезок, параллельный основаниям и делящий её на две трапеции одинаковой площади. Найдите длину этого отрезка, если основания трапеции равны $24\sqrt{2}$ см и $7\sqrt{2}$ см.

Пусть $AD = b$, $BC = a$. Проведём отрезок KL , делящий трапецию на две равновеликие трапеции, и обозначим его длину x . Проведём из C высоту CH и отрезок CE , параллельный стороне AB . Точки пересечения этих отрезков с отрезком KL назовём M и N соответственно.

Из условия следует, что

$$2(a+x) \cdot CM = (a+b) \cdot CH.$$

Из подобия треугольников NCL и ECD следует, что

$$\frac{CM}{CH} = \frac{NL}{ED} = \frac{x-a}{b-a}, \text{ откуда } CM = \frac{x-a}{b-a} \cdot CH.$$

Следовательно,

$$2(a+x) \cdot \frac{x-a}{b-a} \cdot CH = (a+b) \cdot CH.$$

Разделим обе части равенства на CH :

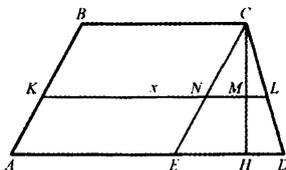
$$\frac{2(x^2 - a^2)}{b-a} = a+b,$$

откуда

$$x^2 - a^2 = \frac{b^2 - a^2}{2}; x^2 = \frac{a^2 + b^2}{2}; x = \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{2}}.$$

Подставляя $a = 7\sqrt{2}$ и $b = 24\sqrt{2}$, получаем

$$x = \sqrt{\frac{2 \cdot 49 + 2 \cdot 576}{2}} = \sqrt{625} = 25.$$



Ответ: 25.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Решение задачи верное, все его шаги обоснованы, получен верный ответ	4
Решение задачи в целом верное, получен верный ответ, но решение обосновано недостаточно. Или: решение задачи в целом верное, но допущена одна вычислительная ошибка, из-за которой получен неверный ответ	3
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	4

Вариант 3

19

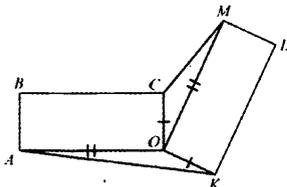
Сократите дробь $\frac{(2k^3)^2 \cdot (5m)^3}{(10k^3m)^2}$.

$$\frac{(2k^3)^2 \cdot (5m)^3}{(10k^3m)^2} = \frac{4k^6 \cdot 125m^3}{100k^6m^2} = \frac{500k^{6-6}m^{3-2}}{100} = 5m.$$

Ответ: $5m$.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Преобразования выполнены верно, получен верный ответ	2
Преобразования доведены до конца, но допущена ошибка или описка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно	1
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	2

- 20** Два равных прямоугольника имеют общую вершину O (см. рисунок). Докажите, что площади треугольников AOK и COM равны.



Две стороны одного треугольника соответственно равны двум сторонам другого: $AO = OM$ и $OK = OC$. Рассмотрим углы между ними:

$$\angle AOK = 360^\circ - \angle AOC - \angle MOK - \angle MOC = 180^\circ - \angle MOC.$$

Поэтому

$$S_{AOK} = \frac{1}{2}AO \cdot OK \cdot \sin \angle AOK = \frac{1}{2}MO \cdot OC \cdot \sin \angle MOC = S_{MOC}.$$

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Доказательство верное	3
Доказательство в целом верное, но содержит неточности	2
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	3

- 21** Чтобы накачать в бак 45 л воды, требуется на 3 минуты больше времени, чем на то, чтобы выкачать из него 42 л воды. За одну минуту можно выкачать на 2 л воды больше, чем накачать. Сколько литров воды накачивается в бак за минуту?

Пусть за минуту в бак накачивается x л воды. Тогда за минуту из бака выкачивается $x + 2$ л воды. Составим уравнение:

$$\frac{45}{x} - \frac{42}{x+2} = 3,$$

откуда

$$\frac{15}{x} - \frac{14}{x+2} = 1; \quad \frac{x+30}{x(x+2)} = 1; \quad \begin{cases} x^2 + 2x = x + 30, \\ x(x+2) \neq 0. \end{cases}$$

Вариант 3

Решим уравнение $x^2 + x - 30 = 0$. Корни: -6 и 5 . Отбрасывая отрицательный корень, находим, что за минуту в бак накачивается 5 л воды.

Ответ: 5 литров в минуту.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Получен верный и обоснованный ответ	3
Верно составлено уравнение или система уравнений, но при решении допущена ошибка вычислительного характера	2
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	3

- 22** Найдите целое число a , для которого из двух следующих утверждений верно только одно: 1) $a > -5$; 2) $a > -6$.

Если верно утверждение 1, то тем самым верно и утверждение 2. Это противоречит условию. Значит, утверждение 1 неверно, а утверждение 2 верно. Тогда $-6 < a \leq -5$. Единственное целое число, удовлетворяющее этому двойному неравенству -5 .

Ответ: -5 .

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Решение содержит верную логическую цепочку, получен верный ответ	4
Логическая цепочка верна, но на последнем шаге неверно найдено число, удовлетворяющее двойному неравенству. Или: отсутствует обоснование единственности решения	3
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	4

- 23** В равнобокой (равнобедренной) трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC , описанной около некоторой окружности, проведена высота BH . Из точки H опущен перпендикуляр HE на прямую AB . В каком отношении точка E делит отрезок AB , если известно, что $BC : AD = 3 : 5$?

Пусть $BC = 3x$, $AD = 5x$. Суммы противоположных сторон у описанного около окружности четырехугольника равны, поэтому $AB + CD = 8x$ и, значит, $AB = 4x$.
Имеем

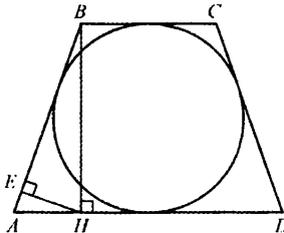
$$AH = \frac{1}{2}(AD - BC) = x.$$

Применим соотношение в прямоугольном треугольнике:

$$AH^2 = AE \cdot AB.$$

Тогда $AE = \frac{AH^2}{AB} = \frac{x^2}{4x} = \frac{1}{4}x.$

Следовательно, $\frac{AB}{AE} = 16$, и тогда $BE : AE = 15 : 1$.



Ответ: 15:1.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Решение задачи верное, все его шаги обоснованы, получен верный ответ	4
Решение задачи в целом верное, получен верный ответ, но решение обосновано недостаточно. Или: решение задачи в целом верное, но допущена одна вычислительная ошибка, из-за которой получен неверный ответ	3
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	4

Вариант 4

- 19 Прямая $y = kx$ пересекает прямую $y = x + 3$ в точке с координатами $(1; 4)$.
Найдите координаты точки пересечения прямой $y = kx$ и прямой $y = 7x + 12$.
-

Сначала найдём k . Подставив координаты общей точки в уравнение прямой $y = kx$, получим: $4 = k \cdot 1$, откуда $k = 4$.

Чтобы найти общую точку прямых $y = 4x$ и $y = 7x + 12$, составим уравнение:

$$4x = 7x + 12, \text{ откуда } x = -4.$$

Тогда $y = -16$.

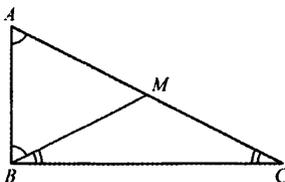
Ответ: $(-4; -16)$.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Все шаги выполнены верно, получен верный ответ	2
Все шаги выполнены, но допущена ошибка или описка вычислительного характера, которая привела к неверному ответу	1
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	2

20 Медиана треугольника равна половине стороны, к которой она проведена. Докажите, что данный треугольник прямоугольный.

Пусть в треугольнике ABC проведена медиана BM , которая равна половине стороны AC . Значит, треугольники ABM и CBM равнобедренные. Пусть $\angle BAM = \angle ABM = \alpha$, $\angle BCM = \angle CBM = \beta$.

Тогда $2\alpha + 2\beta = 180^\circ$, откуда $\angle ABC = \angle ABM + \angle CBM = \alpha + \beta = 90^\circ$.



Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Доказательство верное	3
Доказательство в целом верное, но содержит неточности	2
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	3

21 Решите уравнение $(x^2 - 25)^2 + (x^2 + 3x - 10)^2 = 0$.

Квадрат любого числа неотрицателен. Сумма двух неотрицательных чисел равна нулю, только если они оба равны нулю. Получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} x^2 - 25 = 0, \\ x^2 + 3x - 10 = 0. \end{cases}$$

Из первого уравнения $x = -5$ или $x = 5$.

Из второго уравнения $x = -5$ или $x = 2$.

Системе удовлетворяет единственное значение $x = -5$.

Ответ: -5 .

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Задание выполнено верно, получен верный ответ	3
Задание выполнено верно, получен верный ответ, но не объясняется, почему оба выражения равны нулю. Или: при верном ходе решения допущена вычислительная ошибка, возможно, приведшая к неверному ответу	2
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	3

- 22** Кролик утверждает, что вчера Винни-Пух съел не менее 9 баночек мёда, Пятачок – что не менее 8 баночек, ослик Иа – что не менее 7. Сколько баночек мёда съел вчера Винни-Пух, если из трёх этих утверждений истинно только одно, и он, как известно, весь мед всегда доедает до конца?

Если прав Кролик, то правы и Пятачок, и Иа, а этого не может быть, так как истинно только одно утверждение. Аналогично если прав Пятачок, то Иа тоже прав, и мы получили два истинных утверждения, а должно быть только одно. Значит, во-первых, Пятачок неправ, и Пух съел менее 8 баночек.

Во-вторых, прав может быть только Иа, потому что один из них должен быть прав. Следовательно, Пух съел не менее 7 баночек. Единственное целое число, которое не меньше 7, но меньше 8, – это число 7.

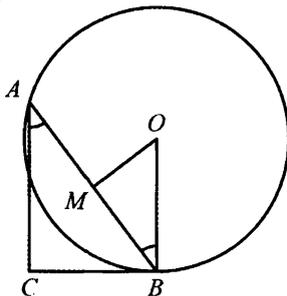
Ответ: 7.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Представлено верное решение, и дан верный ответ	4
Ответ верный, но недостаточно обоснован. Например, не определено, что Иа прав, но это используется при определении ответа	3
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	4

- 23** В прямоугольном треугольнике ABC катет AC равен 8, катет BC равен 15. Найдите радиус окружности, которая проходит через концы гипотенузы треугольника и касается прямой BC .

По условию окружность проходит через точку B и это единственная общая точка окружности и прямой BC . Следовательно, радиус OB окружности перпендикулярен прямой BC . Поэтому прямые AC и OB параллельны.

Центр O окружности равноудалён от точек A и B , следовательно, он лежит на серединном перпендикуляре к AB . Обозначим середину AB буквой M .



Тогда $\angle MBO = \angle BAC$ – это накрест лежащие углы при параллельных прямых и секущей AB .

Следовательно, прямоугольные треугольники ACB и BMO подобны.

По теореме Пифагора найдём, что $AB = 17$. Коэффициент подобия равен

$$\frac{BM}{AC} = \frac{AB}{2AC} = \frac{17}{16}.$$

Тогда $OB = \frac{17}{16}AB = \frac{289}{16}$.

Ответ: $OB = \frac{289}{16}$.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Решение верное, все его шаги обоснованы, получен верный ответ	4
Решение задачи в целом верное, получен верный ответ, но решение обосновано недостаточно.	3
Или решение задачи в целом верное, но допущена одна вычислительная ошибка, из-за которой, возможно, получен неверный ответ	
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	4

Вариант 5

- 19** Прямая $y = kx$ пересекает прямую $y = 6 - x$ в точке с абсциссой 3. В точке с какой абсциссой прямая $y = kx$ пересекает прямую $y = 2x + 7$?

Сначала найдём k . Составим уравнение относительно x и подставим в него $x = 3$:

$kx = 6 - x$, откуда $3k = 3$ и, значит, $k = 1$.

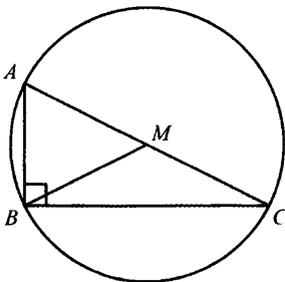
Чтобы найти общую точку прямых $y = x$ и $y = 2x + 7$, составим уравнение $x = 2x + 7$, откуда $x = -7$.

Ответ: -7 .

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Все шаги выполнены верно, получен верный ответ	2
Все шаги выполнены, но допущена ошибка или описка вычислительного характера, которая привела к неверному ответу	1
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	2

- 20** Докажите, что медиана прямоугольного треугольника, проведённая к его гипотенузе, делит данный треугольник на два равнобедренных треугольника.

Пусть в прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом B проведена медиана BM .



Проведём описанную окружность. Вписанный прямой угол ABC опирается на дугу AC , которая равна 180° , а поэтому центр окружности лежит на середине гипотенузы, то есть совпадает с точкой M . Таким образом, $AM = BM = CM$, откуда следует, что треугольники ABM и CBM равнобедренные.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Доказательство верное	3
Доказательство в целом верное, но содержит неточности	2
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	3

21 Решите уравнение $(x^2 - 16)^2 + (x^2 + x - 12)^2 = 0$.

Квадрат любого числа неотрицателен. Сумма двух неотрицательных чисел равна нулю, только если они оба равны нулю. Получаем

$$\begin{cases} x^2 - 16 = 0, \\ x^2 + x - 12 = 0. \end{cases}$$

Из первого уравнения $x = -4$ или $x = 4$.

Из второго уравнения $x = -4$ или $x = 3$.

Системе удовлетворяет единственное значение $x = -4$.

Ответ: -4 .

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Задание выполнено верно, получен верный ответ	3
Задание выполнено верно, получен верный ответ, но не объясняется, почему оба выражения равны нулю. Или: при верном ходе решения допущена вычислительная ошибка, возможно, приведшая к неверному ответу	2
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	3

22 Кролик утверждает, что вчера Винни-Пух съел не более 9 баночек мёда, Пятачок - что не более 8 баночек, ослик Иа - что не более 7. Сколько баночек мёда съел вчера Винни-Пух, если из трёх этих утверждений истинно только одно, и он, как известно, весь мед всегда доедает до конца?

Если прав Иа, то правы и Пятачок, и Кролик, а этого не может быть, так как истинно только одно утверждение. Аналогично если прав Пятачок, то Кролик тоже прав, но истинно только одно из утверждений. Значит, во-первых, Пятачок неправ, и Пух съел более 8 баночек.

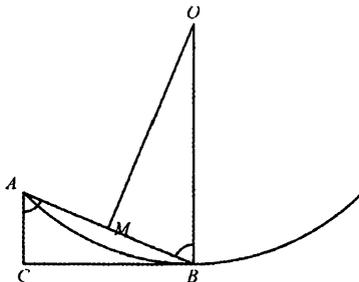
Во-вторых, прав может быть только Кролик. Он прав, потому что по условию задачи кто-то один прав. Следовательно, Пух съел не более 9 баночек. Единственное целое число, которое не больше 9, но больше 8, - это число 9.

Ответ: 9.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Представлено верное решение, и дан верный ответ	4
Ответ верный, но недостаточно обоснован. Например, не определено, что Кролик прав, но это используется при определении ответа	3
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	4

- 23 В прямоугольном треугольнике ABC катет AC равен 5, катет BC равен 12. Найдите радиус окружности, которая проходит через концы гипотенузы треугольника и касается прямой BC .

По условию окружность проходит через точку B и это единственная общая точка окружности и прямой BC . Следовательно, радиус OB окружности перпендикулярен прямой BC . Поэтому прямые AC и OB параллельны. Центр O окружности равноудалён от точек A и B , следовательно, он лежит на серединном перпендикуляре к AB . Обозначим середину AB буквой M .



Тогда $\angle MBO = \angle BAC$ – это накрест лежащие углы при параллельных прямых и секущей AB .

По теореме Пифагора $AB=13$.

Следовательно, прямоугольные треугольники ACB и BMO подобны. Коэффициент подобия равен

$$\frac{BM}{AC} = \frac{AB}{2AC} = \frac{13}{10}.$$

Тогда $OB = \frac{13}{10}AB = \frac{169}{10} = 16,9$.

Ответ: $OB = 16,9$.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Решение задачи верное, все его шаги обоснованы, получен верный ответ	4
Решение задачи в целом верное, получен верный ответ, но решение обосновано недостаточно. Или: решение задачи в целом верное, но допущена одна вычислительная ошибка, из-за которой получен неверный ответ	3
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	4

Вариант 6

19 Прямая $y = kx$ пересекает прямую $y = x + 1$ в точке с ординатой 3. В точке с какой абсциссой прямая $y = kx$ пересекает прямую $y = 2x + 7$?

Сначала найдём k . Выразим x из уравнений прямых и составим уравнение относительно y : $\frac{y}{k} = y - 1$.

Подставив $y = 3$, получаем $\frac{3}{k} = 2$, откуда $k = \frac{3}{2}$.

Чтобы найти общую точку прямых $y = \frac{3}{2}x$ и $y = 2x + 7$, составим уравнение $\frac{3}{2}x = 2x + 7$, откуда $x = -14$.

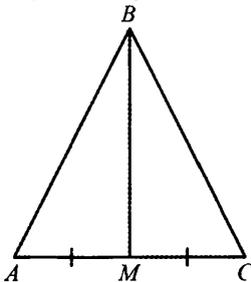
Ответ: -14 .

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Все шаги выполнены верно, получен верный ответ	2
Все шаги выполнены, но допущена ошибка или описка вычислительного характера, которая привела к неверному ответу	1
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	2

- 20** Медиана треугольника разбила его на два равных треугольника. Докажите, что данный треугольник равнобедренный.

Пусть в треугольнике ABC проведена медиана BM . Из условия следует, что треугольник ABM равен треугольнику BMC . Угол BMC не может быть равен ни углу ABM , ни углу BAM , так как он, являясь внешним углом треугольника ABM , равен их сумме. Следовательно, он равен углу BMA .

Поскольку углы AMB и BMC смежные и равные, они прямые. Следовательно BM – высота треугольника ABC . Если в треугольнике медиана совпадает с высотой, то такой треугольник равнобедренный.



Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Доказательство верное	3
Доказательство в целом верное, но содержит неточности, например, не обосновано равенство углов BMC и AMB	2
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	3

21 Решите уравнение $(x^2 - 49)^2 + (x^2 + 5x - 14)^2 = 0$.

Квадрат любого числа неотрицателен. Сумма двух неотрицательных чисел равна нулю, только если оба они равны нулю. Получаем

$$\begin{cases} x^2 - 49 = 0, \\ x^2 + 5x - 14 = 0. \end{cases}$$

Из первого уравнения $x = -7$ или $x = 7$.

Из второго уравнения $x = -7$ или $x = 2$.

Системе удовлетворяет единственное значение $x = -7$.

Ответ: -7 .

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Задание выполнено верно, получен верный ответ	3
Задание выполнено верно, получен верный ответ, но не объясняется, почему оба выражения равны нулю Или: при верном ходе решения допущена вычислительная ошибка, возможно, приведшая к неверному ответу.	2
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	3

22 Паша сказал, что написанное на доске неравенство имеет более 5 решений, являющихся целыми числами, Саша – что более 6, а Витя – что более 7. Учитель ответил, что прав только один из них. Сколько целочисленных решений имеет это неравенство?

Если прав Витя, то правы и Саша, и Паша, что не отвечает условию, что прав только один из ребят.

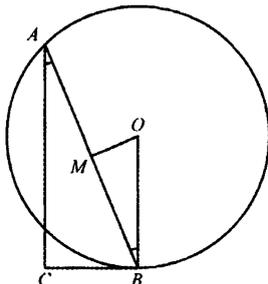
Если прав Саша, то Паша тоже прав. Но истинно только одно из утверждений. Значит, Саша неправ. Из этого следует, во-первых, что неравенство имеет не более 6 целых решений, а во-вторых, что прав Паша. Он прав, потому что по условию задачи кто-то один прав. Следовательно, неравенство имеет не более 6, но более 5 решений. Единственное целое число, которое больше 5, но не больше 6, – это число 6.

Ответ: 6.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Представлено верное решение и дан верный ответ	4
Ответ верный, но недостаточно обоснован. Например, не определено, что Паша прав, но это используется при определении ответа	3
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	4

- 23 В прямоугольном треугольнике ABC катет AC равен 12, катет BC равен 5. Найдите радиус окружности, которая проходит через концы гипотенузы треугольника и касается прямой BC .

По условию окружность проходит через точку B и это единственная общая точка окружности и прямой BC . Следовательно, радиус OB окружности перпендикулярен прямой BC . Поэтому прямые AC и OB параллельны. Центр O окружности равноудалён от точек A и B , следовательно, он лежит на серединном перпендикуляре к AB . Обозначим середину AB буквой M .



Тогда $\angle MBO = \angle BAC$ – это накрест лежащие углы при параллельных прямых и секущей AB .

По теореме Пифагора $AB=13$.

Следовательно, прямоугольные треугольники ACB и BMO подобны.

Коэффициент подобия равен

$$\frac{BM}{AC} = \frac{AB}{2AC} = \frac{13}{24}$$

Тогда $OB = \frac{13}{24}AB = \frac{169}{24}$.

Ответ: $OB = \frac{169}{24}$.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Решение задачи верное, все его шаги обоснованы, получен верный ответ	4
Решение задачи в целом верное, получен верный ответ, но решение обосновано недостаточно. Или: решение задачи в целом верное, но допущена одна вычислительная ошибка, из-за которой получен неверный ответ	3
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	4

Вариант 7

19 Сократите дробь: $\frac{a + 16b^2 - 4a^2 - 2b}{a - 2b}$.

Решение.

$$\begin{aligned} \frac{a + 16b^2 - 4a^2 - 2b}{a - 2b} &= \frac{a - 2b - 4(a^2 - (2b)^2)}{a - 2b} = \\ &= \frac{a - 2b - 4(a - 2b)(a + 2b)}{a - 2b} = \frac{(a - 2b)(1 - 4a - 8b)}{a - 2b} = 1 - 4a - 8b. \end{aligned}$$

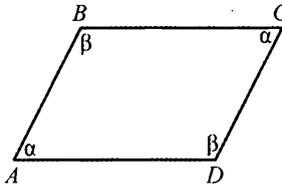
Ответ: $1 - 4a - 8b$.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Получен верный обоснованный ответ	2
Задача в целом решена верно, но допущена вычислительная ошибка, возможно, приведшая к неверному ответу	1
Все другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	2

20 Противоположные углы четырёхугольника попарно равны. Докажите, что он параллелограмм.

Доказательство.

Пусть противоположные углы A и C четырёхугольника $ABCD$ равны α , а противоположные углы B и D равны β . Поскольку сумма углов любого четырёхугольника равна 360° , то $2\alpha + 2\beta = 360^\circ$. Значит, $\alpha + \beta = 180^\circ$.



Так как сумма внутренних односторонних углов при секущей равна 180° , то по признаку параллельных прямых AB параллельна CD , BC параллельна AD . Значит, четырёхугольник $ABCD$ – параллелограмм.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Доказательство верное	3
Верное доказательство без ссылок на признаки параллельных прямых и определение параллелограмма	2
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	3

- 21** Между числами 2 и 18 вставьте три числа так, чтобы вместе с данными они образовали геометрическую прогрессию.

Решение.

Если в результате получена геометрическая прогрессия b_n со знаменателем q , то

$$b_1 = 2; \quad b_5 = b_1 \cdot q^4 = 18,$$

откуда $q = \sqrt{3}$ или $q = -\sqrt{3}$.

Ответ: $2\sqrt{3}; 6; 6\sqrt{3}$ или $-2\sqrt{3}; 6; -6\sqrt{3}$.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Получен верный обоснованный ответ	3
Задача в целом решена верно, верно найдены оба значения знаменателя прогрессии, но допущена вычислительная ошибка при нахождении самих чисел	2
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	3

Комментарий. Нахождение только одного знаменателя прогрессии считается существенным недостатком, задание в этом случае оценивается 0 баллов.

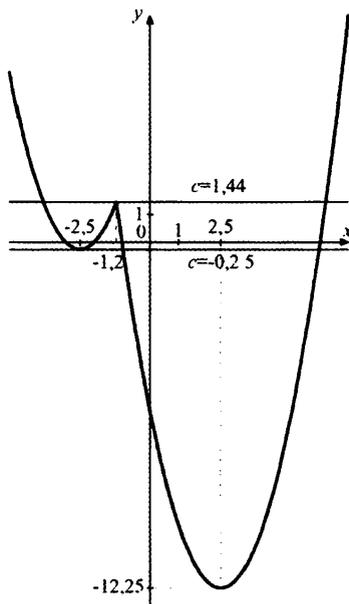
- 22** Постройте график функции $y = x^2 - |5x + 6|$ и определите, при каких значениях c прямая $y = c$ имеет с графиком ровно три общие точки.

Решение:

$$y = \begin{cases} x^2 - 5x - 6, & x \geq -1, 2, \\ x^2 + 5x + 6, & x < -1, 2. \end{cases}$$

Для построения искомого графика построим график функции $y = x^2 - 5x - 6$ на промежутке $[-1, 2; +\infty)$ и график функции $y = x^2 + 5x + 6$ на промежутке $(-\infty; -1, 2)$. График данной функции изображён на рисунке. Прямая $y = c$ имеет с построенным графиком ровно три общие точки при $c = -0, 25$ и $c = 1, 44$.

Вариант 7



Ответ: -0,25; 1,44.

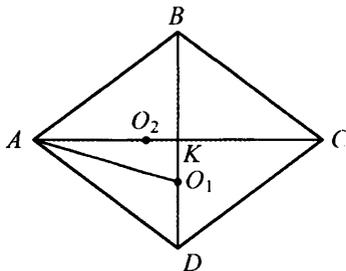
Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Имеется полное обоснованное решение	4
График построен верно, но допущена арифметическая ошибка, повлиявшая на ответ, или указано только одно значение c	3
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	4

- 23** На каждой из двух окружностей с радиусами 3 и 4 лежат по три вершины ромба. Найдите его сторону.

Решение.

Обозначим вершины ромба $ABCD$. Так как треугольники ABC и ABD – равнобедренные, центры описанных около них окружностей O_1 и O_2 соответственно лежат на биссектрисах углов B и A , то есть на прямых BD и AC .

Из теоремы синусов $\frac{AC}{\sin \angle B} = 8$, $\frac{BD}{\sin \angle A} = 6$.



Так как $\angle B + \angle A = 180^\circ$, получаем, что $\frac{AC}{BD} = \frac{4}{3}$.

Обозначим точку пересечения диагоналей ромба точкой K , тогда

$$\frac{BK}{AK} = \frac{BD}{AC} = \frac{3}{4} \text{ и } \frac{AB}{BD} = \frac{AB}{2 \cdot BK} = \frac{5}{2 \cdot 3}$$

т.к. треугольник ABK прямоугольный.

$$\angle ABO_1 = \angle BAO_1 = \frac{1}{2} \angle ABC,$$

откуда $\angle AO_1B = \angle BAD$.

Треугольники ABO_1 и BDA подобны, откуда $\frac{AB}{AO_1} = \frac{BD}{AB}$, $AB = 4 \cdot \frac{6}{5} = 4,8$.

Ответ: 4, 8.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Имеется полное обоснованное решение	4
Задача в целом решена верно, но допущена вычислительная ошибка, возможно, приведшая к неверному ответу, или данные пояснения содержат существенный пробел, например, не обосновано подобие треугольников	3
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	4

Вариант 8

19 Сократите дробь: $\frac{2a + 27b^2 - 12a^2 - 3b}{2a - 3b}$.

Решение.

$$\begin{aligned} \frac{2a + 27b^2 - 12a^2 - 3b}{2a - 3b} &= \frac{2a - 3b - 3(4a^2 - 9b^2)}{2a - 3b} = \\ &= \frac{2a - 3b - 3(2a - 3b)(2a + 3b)}{2a - 3b} = \frac{(2a - 3b)(1 - 6a - 9b)}{2a - 3b} = 1 - 6a - 9b. \end{aligned}$$

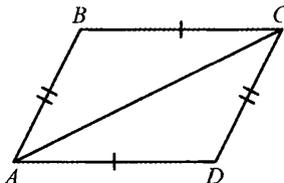
Ответ: $1 - 6a - 9b$.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Получен верный обоснованный ответ	2
Задача в целом решена верно, но допущена вычислительная ошибка, возможно, приведшая к неверному ответу	1
Все другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	2

20 Противоположные стороны четырёхугольника попарно равны. Докажите, что он параллелограмм.

Доказательство:

Проведём диагональ AC четырёхугольника $ABCD$. Треугольники ABC и CDA равны по трём сторонам, поэтому $\angle BAC = \angle ACD$ и $\angle ACB = \angle CAD$. Так как внутренние накрест лежащие углы при секущей равны, то по признаку параллельных прямых AB параллельна CD , BC параллельна AD .



Значит четырёхугольник $ABCD$ параллелограмм.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Доказательство верное	3
Верное доказательство без ссылок на признаки параллельных прямых и определение параллелограмма	2
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	3

- 21** Между числами 2 и 72 вставьте три числа так, чтобы вместе с данными они образовали геометрическую прогрессию.

Решение.

Если в результате получена геометрическая прогрессия b_n со знаменателем q , то

$$b_1 = 2; \quad b_5 = b_1 \cdot q^4 = 72,$$

откуда $q = \sqrt[4]{6}$ или $q = -\sqrt[4]{6}$.

Ответ: $2\sqrt[4]{6}; 12; 12\sqrt[4]{6}$ или $-2\sqrt[4]{6}; 12; -12\sqrt[4]{6}$.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Получен верный обоснованный ответ	3
Задача в целом решена верно, верно найдены оба значения знаменателя прогрессии, но допущена вычислительная ошибка при нахождении самих чисел	2
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	3

Комментарий. Нахождение только одного знаменателя прогрессии считается существенным недостатком, задание в этом случае оценивается 0 баллов.

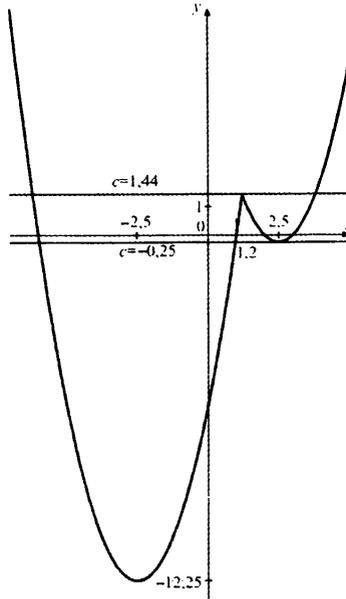
- 22** Постройте график функции $y = x^2 - |5x - 6|$ и определите, при каких значениях c прямая $y = c$ имеет с графиком ровно три общие точки.

Решение.

$$y = \begin{cases} x^2 - 5x + 6, & x \geq 1, 2, \\ x^2 + 5x - 6, & x < 1, 2. \end{cases}$$

Для построения искомого графика построим график функции $y = x^2 - 5x + 6$ на промежутке $[1, 2; +\infty)$ и график функции $y = x^2 + 5x - 6$ на промежутке $(-\infty; 1, 2)$. График данной функции изображён на рисунке. Прямая $y = c$ имеет с построенным графиком ровно три общие точки при $c = -0, 25$ и $c = 1, 44$.

Вариант 8



Ответ: -0,25; 1,44.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Имеется полное обоснованное решение	4
График построен верно, но допущена арифметическая ошибка, повлиявшая на ответ, или указано только одно значение c	3
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	4

- 23** На каждой из двух окружностей с радиусами 5 и 12 лежат по три вершины ромба. Найдите его сторону.

Решение.

Обозначим вершины ромба $ABCD$. Так как треугольники ABC и ABD равнобедренные, центры описанных около них окружностей O_1 и O_2 соответственно лежат на биссектрисах углов B и A , то есть на прямых BD и AC . Из теоремы синусов $\frac{AC}{\sin \angle B} = 24$, $\frac{BD}{\sin \angle A} = 10$.

Вариант 8

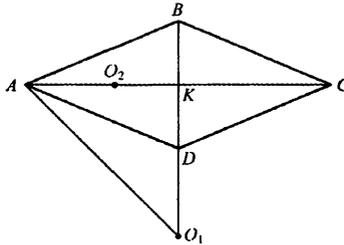
Так как $\angle B + \angle A = 180^\circ$, получаем, что $\frac{AC}{BD} = \frac{12}{5}$. Обозначим точку пересечения диагоналей ромба буквой K , тогда

$$\frac{BK}{AK} = \frac{BD}{AC} = \frac{5}{12} \text{ и } \frac{AB}{BD} = \frac{AB}{2 \cdot BK} = \frac{13}{2 \cdot 5}$$

т.к. треугольник ABK прямоугольный.

$$\angle ABO_1 = \angle BAO_1 = \frac{1}{2} \angle ABC, \text{ откуда } \angle AO_1B = \angle BAD.$$

Треугольники ABO_1 и BDA подобны, откуда $\frac{AB}{AO_1} = \frac{BD}{AB}$, $AB = 12 \cdot \frac{10}{13} = \frac{120}{13}$.



Ответ: $\frac{120}{13}$.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Имеется полное обоснованное решение	4
Задача в целом решена верно, но допущена вычислительная ошибка, возможно, приведшая к неверному ответу, или данные пояснения содержат существенный пробел, например, не обосновано подобие треугольников	3
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	4

Вариант 9

19 Сократите дробь $\frac{x - \sqrt{x} - 2}{2 - \sqrt{x}}$.

Решение.

Разложим выражение в числителе на множители:

$$x - \sqrt{x} - 2 = 0;$$

сделаем замену

$$t = \sqrt{x}; t^2 - t - 2 = 0; t_1 = 2; t_2 = -1;$$

$$x - \sqrt{x} - 2 = (\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 2);$$

$$\frac{x - \sqrt{x} - 2}{2 - \sqrt{x}} = -\frac{(\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 2)}{\sqrt{x} - 2} = -\sqrt{x} - 1.$$

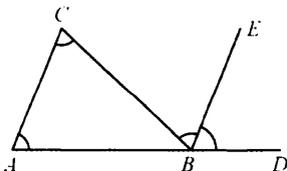
Ответ: $-\sqrt{x} - 1$.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Преобразования выполнены верно, получен верный ответ	2
Преобразования доведены до конца, но дан неверный ответ из-за допущенной описки или ошибки вычислительного характера	1
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	2

20 Докажите, что если биссектриса одного из внешних углов треугольника параллельна противоположной стороне треугольника, то этот треугольник равнобедренный.

Доказательство.

Если биссектриса BE внешнего угла CBD треугольника ABC параллельна стороне AC , то $\angle CAB = \angle EBD$ как односторонние, $\angle EBC = \angle BCA$ как накрест лежащие.



Вариант 9

Отсюда $\angle CAB = \angle EBD = \angle EBC = \angle BCA$, то есть треугольник ABC равнобедренный по признаку равнобедренного треугольника.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Доказательство верное	3
Доказательство в целом верное, но содержит неточности, например, нет никаких ссылок на теорему, обратную признаку параллельности прямых	2
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	3

- 21** Вчера число учеников, присутствовавших на уроках, было в 8 раз больше числа отсутствовавших. Сегодня не пришли ещё два человека, и оказалось, что число отсутствовавших составляет 20% от числа присутствующих. Сколько всего учеников в классе?

Решение.

Если вчера отсутствовало a учеников, то присутствовало $8a$, то есть всего в классе $9a$ учеников.

Сегодня имеем $5(a + 2) = 8a - 2$, то есть $5a + 10 = 8a - 2$, откуда $3a = 12$; $a = 4$.

Ответ: 36.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Правильно составлено уравнение, получен верный ответ	3
Правильно составлено уравнение, но при его решении допущена вычислительная ошибка, с её учётом решение доведено до ответа (целого положительного числа)	2
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	3

Комментарий. Задача может быть решена с помощью системы уравнений.

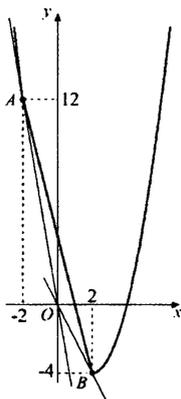
22 Постройте график функции

$$y = \begin{cases} x^2 - 4x, & \text{если } |x| \geq 2, \\ -4x + 4, & \text{если } |x| < 2, \end{cases}$$

и определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ не имеет с графиком ни одной общей точки.

Решение.

График функции изображён на рисунке.



Из графика видно, что из прямых, проходящих через точку O , не имеют общих точек с графиком функции те, у которых угловой коэффициент k находится в между угловыми коэффициентами прямых OA и OB , откуда находим $-6 < k < -2$.

Ответ: $-6 < k < -2$.

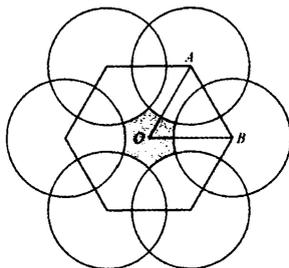
Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
График построен правильно, верно указаны все значения k	4
График построен правильно, но была допущена вычислительная ошибка или описка при нахождении углового коэффициента одной из прямых, в силу этого одна из границ интервала указана неверно, ИЛИ график выполнен с неточностями	3
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	4

- 23 Вершины правильного шестиугольника со стороной 2 служат центрами кругов радиусом $\sqrt{2}$. Найдите площадь части шестиугольника, расположенной вне этих кругов.

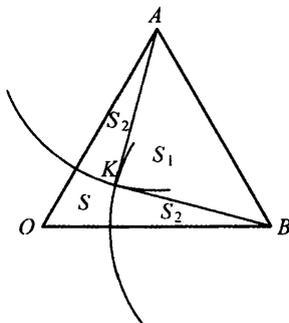
Решение.

Треугольник ABO равносторонний, площадь его равна $\frac{1}{6}$ части площади исходного шестиугольника;

$$S_{ABO} = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}.$$



Обозначим точку пересечения окружностей, которая находится внутри треугольника ABO , буквой K .



Пусть S – площадь расположенной вне окружностей части треугольника ABO , S_1 – площадь треугольника ABK , S_2 – площадь сектора, ограниченного радиусом AK и стороной AO треугольника;

$$S = S_{ABO} - S_1 - 2S_2.$$

Вариант 9

Треугольник ABK прямоугольный, так как

$$(\sqrt{2})^2 + (\sqrt{2})^2 = 2^2;$$

поэтому

$$S_1 = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 1.$$

Треугольник ABK равнобедренный, значит, $\angle BAK = 45^\circ$.

Следовательно,

$$\angle KAO = 60^\circ - 45^\circ = 15^\circ;$$

$$S_2 = \frac{15}{360} \cdot \pi \cdot (\sqrt{2})^2 = \frac{\pi}{12};$$

$$S = \sqrt{3} - 1 - 2 \cdot \frac{\pi}{12} = \sqrt{3} - 1 - \frac{\pi}{6}.$$

Искомая площадь равна $6\sqrt{3} - \pi - 6$.

Ответ: $6\sqrt{3} - \pi - 6$.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Решение задачи верное, все его шаги обоснованы, получен верный ответ	4
Решение задачи в целом верное, получен верный ответ, но решение обосновано недостаточно, ИЛИ решение задачи в целом верное, но допущена одна вычислительная ошибка, из-за которой получен неверный ответ	3
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	4

Вариант 10

19 Сократите дробь $\frac{x + \sqrt{x} - 2}{1 - \sqrt{x}}$.

Решение.

Разложим выражение в числителе на множители:

$$x + \sqrt{x} - 2 = 0;$$

сделаем замену

$$\begin{aligned} t = \sqrt{x}; \quad t^2 + t - 2 = 0; \quad t_1 = -2; \quad t_2 = 1; \\ x - \sqrt{x} - 2 = (\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 2); \\ \frac{x + \sqrt{x} - 2}{1 - \sqrt{x}} = \frac{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 2)}{\sqrt{x} - 1} = -\sqrt{x} - 2. \end{aligned}$$

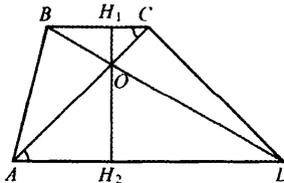
Ответ: $-\sqrt{x} - 2$.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Преобразования выполнены верно, получен верный ответ	2
Преобразования доведены до конца, но дан неверный ответ из-за допущенной описки или ошибки вычислительного характера	1
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	2

20 Докажите, что расстояние от точки пересечения диагоналей трапеции до меньшего основания меньше, чем до большего.

Доказательство.

Пусть BC – меньшее основание трапеции. Опустим перпендикуляры OH_1 и OH_2 из точки пересечения диагоналей O на основания BC и AD трапеции $ABCD$ соответственно.



$\angle OAD = \angle OCB$ как накрест лежащие, $\angle AOD = \angle COB$ как вертикальные, откуда треугольники AOD и COB подобны. В силу того что OH_1 и OH_2 – высоты этих треугольников, справедливо равенство $\frac{OH_1}{OH_2} = \frac{BC}{AD}$, то есть расстояние от точки O до меньшего основания меньше, чем до большего.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Доказательство верное	3
Доказательство в целом верное, но содержит неточности, например, нет никаких ссылок на теорему, обратную признаку параллельности прямых	2
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	3

- 21** Вчера число учеников, отсутствовавших на уроках, составило 25% от числа присутствовавших. Сегодня пришли ещё три человека, и теперь число отсутствовавших в 9 раз меньше числа присутствующих. Сколько всего учеников в классе?

Решение.

Если вчера отсутствовало a учеников, то присутствовало $4a$, то есть всего в классе $5a$ учеников. Сегодня имеем $9(a - 3) = 4a + 3$, то есть $9a - 27 = 4a + 3$, откуда $5a = 30$; $a = 6$

Ответ: 30.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Правильно составлено уравнение, получен верный ответ	3
Правильно составлено уравнение, но при его решении допущена вычислительная ошибка, с её учётом решение доведено до ответа (целого положительного числа)	2
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	3

Комментарий. Задача может быть решена с помощью системы уравнений

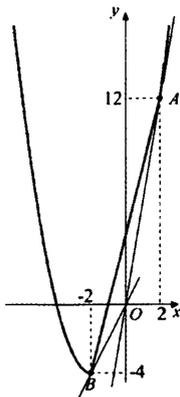
22 Постройте график функции

$$y = \begin{cases} x^2 + 4x, & \text{если } |x| \geq 2, \\ 4x + 4, & \text{если } |x| < 2, \end{cases}$$

и определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ не имеет с графиком ни одной общей точки.

Решение.

График функции изображён на рисунке.



Из графика видно, что из прямых, проходящих через точку O , не имеют общих точек с графиком функции те, у которых угловой коэффициент k находится между угловыми коэффициентами прямых OA и OB , откуда $2 < k < 6$.

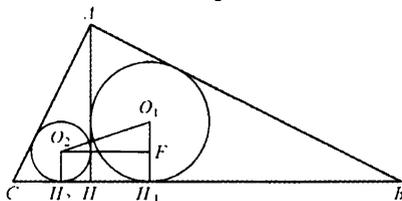
Ответ: $2 < k < 6$.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
График построен правильно, верно указаны все значения k	4
График построен правильно, но была допущена вычислительная ошибка или описка при нахождении углового коэффициента одной из прямых, в силу этого одна из границ интервала указана неверно, ИЛИ график выполнен с неточностями	3
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	4

23 Высота прямоугольного треугольника, опущенная на гипотенузу, делит этот треугольник на два. Расстояние между центрами окружностей, вписанных в эти треугольники, равно 1. Найдите радиус окружности, вписанной в исходный треугольник.

Решение.

Заметим, что высота AH прямоугольного треугольника ABC делит его на два подобных треугольника, каждый из которых подобен исходному.



Если обозначить радиусы окружностей, вписанных в треугольники ABH , CAH и CBA , через r_1 , r_2 и r соответственно, получим

$$\frac{r_1}{AB} = \frac{r_2}{AC} = \frac{r}{BC} = k,$$

откуда

$$r^2 = k^2 \cdot BC^2 = k^2 \cdot (AB^2 + AC^2) = k^2 AB^2 + k^2 AC^2 = r_1^2 + r_2^2.$$

Опустим из центров O_1 и O_2 вписанных окружностей перпендикуляры O_1H_1 и O_2H_2 на BC . Опустим перпендикуляр O_2F на прямую O_1H_1 . Имеем

$$\begin{aligned} O_2F &= H_1H_2 = r_1 + r_2, \\ O_1F &= r_1 - r_2, \end{aligned}$$

откуда

$$\begin{aligned} 1 &= O_1O_2^2 = O_1F^2 + O_2F^2 = (r_1 - r_2)^2 + (r_1 + r_2)^2 = \\ &= r_1^2 - 2r_1r_2 + r_2^2 + r_1^2 + 2r_1r_2 + r_2^2 = 2(r_1^2 + r_2^2) = 2r^2, \end{aligned}$$

то есть $r = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

Ответ: $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Решение задачи верное, все его шаги обоснованы, получен верный ответ	4
Решение задачи в целом верное, получен верный ответ, но решение обосновано недостаточно, ИЛИ решение задачи в целом верное, но допущена одна вычислительная ошибка, из-за которой получен неверный ответ	3
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	4